

Sistemas Digitais

Aula 03 - Descrevendo circuitos lógicos

Apresentação

Na última aula, você estudou as portas lógicas – os blocos fundamentais para implementar circuitos lógicos e sistemas digitais mais complexos.

Nesta aula, você vai ver como circuitos lógicos e operações de diferentes portas podem ser descritos pela álgebra booleana e como é possível simplificar a expressão booleana de um circuito, de forma que possamos reescrever o mesmo circuito com menos portas lógicas.



Vídeo 01 - Apresentação

Objetivos

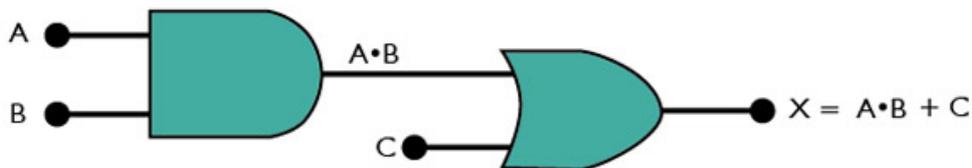
Ao final desta aula, você será capaz de:

- Descrever operações e construir tabelas verdade para as portas NAND e NOR.
- Escrever expressões booleanas para as portas lógicas e suas combinações.
- Entender e interpretar os símbolos de portas lógicas do padrão IEEE/ANSI.

Descrevendo circuitos lógicos algebricamente

Qualquer circuito lógico pode ser escrito com as três portas lógicas que estudamos na última aula: OR, AND e NOT. Vamos analisar a **Figura 1**. Nós temos três entradas, **A**, **B** e **C**, e uma saída, **X**.

Figura 01 - Circuitos lógicos e suas expressões booleanas



Fonte: Tocci e Widmer (2007).

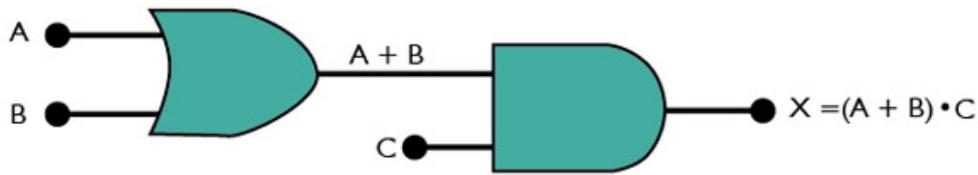
Utilizando as expressões booleanas de cada porta, podemos determinar facilmente a expressão lógica de saída. A expressão da porta de saída da primeira porta AND é escrita como $A \cdot B$. Essa saída está conectada a uma porta OR, cuja entrada é a C . A porta OR opera sobre as suas entradas de modo que a sua saída é uma soma lógica das entradas.

Assim, podemos expressar a saída da porta OR como $X = A \cdot B + C$ ou $X = C + A \cdot B$.

Geralmente, a expressão AND é realizada primeiro, a não ser que tenhamos parênteses na expressão, o que determina que sempre esta seja realizada primeiro.

A **Figura 2** exemplifica outra expressão. Primeiro, temos uma porta OR, na qual a saída será $A + B$ (também representada por: A OR B), a qual se conecta a uma porta AND, que realiza a expressão $X = (A + B) \cdot C$ que pode ser representada também como (A OR B) AND C.

Figura 02 - Circuitos lógicos e suas expressões booleanas



Fonte: Tocci e Widmer (2007).



Vídeo 02 - Obtendo Expressões Lógicas

Precedência de Operadores

Você deve ter percebido que estamos utilizando constantemente os parênteres para expressar quem devemos resolver primeiro nas expressões booleanas. Por exemplo, quando temos $X = (A + B) \cdot C$ sabemos que devemos resolver primeiramente o “(A+B)” e depois fazer o AND com C. Entretanto, a quantidade de parênteses pode ser tão grande que dificulte o entendimento da expressão. Para evitar o uso excessivo de parênteses, basta saber qual operação booleana deve ser resolvida primeiro, em segundo, em terceiro, etc. A isto damos o nome de precedência de Operadores.

Visualize na **Tabela 1** qual a ordem de precedência dos operadores lógicos que já estudamos até agora, ou seja, NOT, AND e OR. Perceba que o operador NOT tem maior precedência que os demais, ou seja, ele deve ser resolvido primeiro. Em seguida temos o AND, que deve ser resolvido logo após o NOT. Por último está a porta OR. Sabendo destas prioridades, podemos reescrever as expressões de forma mais clara.

Prioridade	Operador	Operação
1º	NOT	NÃO lógico
2º	AND	E lógico

Prioridade	Operador	Operação
3º	OR	OU lógico

Tabela 1 - Prioridades dos Operadores lógicos

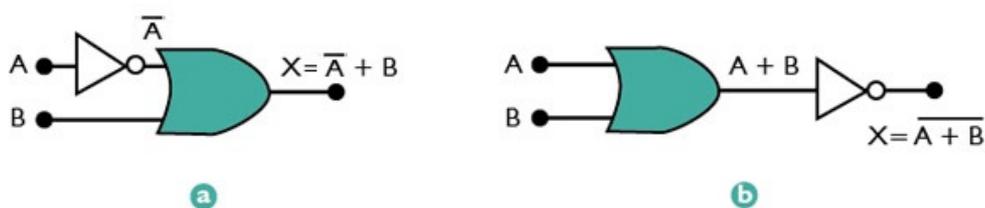
Veja o exemplo $X = (ABC) + (DCA) + (AB)$. Perceba que devemos resolver primeiramente (ABC) , (DCA) e (AB) para então realizar a operação de OR entre eles. Sabendo que AND tem maior prioridade (ou precedência), podemos reescrevê-la como $X = ABC + DCA + AB$.

Outro exemplo: $X = \overline{(A + B)}.C + (DC)$. Podemos reescrever esta expressão como $X = \overline{A + B}.C + DC$. Perceba também que na expressão, no termo $\overline{A + B}$, a expressão dentro do NOT (A+B) deve ser resolvida até se achar um termo único (unário), que é quando uma operação do tipo NOT poderá ser aplicada.

Álgebra de Circuitos Lógicos

Podemos também utilizar circuitos com inversores. Por exemplo, a **Figura 3** demonstra dois casos.

Figura 03 - Circuitos lógicos e suas expressões booleanas



Fonte: Tocci e Widmer (2007).

No primeiro caso (**Figura 3(a)**), a entrada A é alimentada por meio de um inversor, cuja saída será \overline{A} . A saída do inversor entra em uma porta OR juntamente com B, de modo que a saída da porta OR será $\overline{A} + B$.

Já no segundo caso (**Figura 3(b)**), a saída da porta OR é igual a $A + B$, e depois passa por um inversor. Assim, toda a expressão será invertida, $\overline{A + B}$.

Perceba que a expressão da **Figura 3(a)** é diferente da expressão **Figura 3(b)**. No primeiro caso há a negação somente da ENTRADA A (gerando \overline{A}), enquanto que no segundo caso a negação ocorreu com a SAÍDA da porta OR, ou seja, houve negação de $A + B$ ($\overline{A + B}$). Vamos fazer a tabela verdade dos dois casos para ver a diferença na saída X? As **Tabelas 2** e **3**, detalhadas abaixo, indicam as tabelas verdade dos circuitos lógicos das **Figuras 3(a)** e **3(b)**, respectivamente

A	B	\overline{A}	$X = \overline{A} + B$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	1	0	1

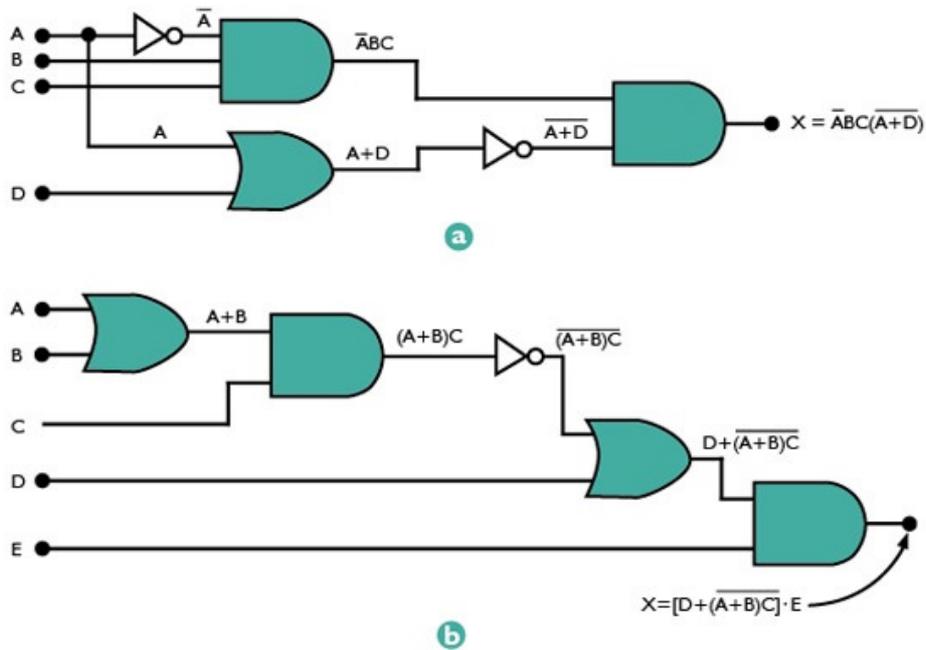
Tabela 2 - Verdade da Figura 3(a)

A	B	$A + B$	$X = \overline{A + B}$
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	0

Tabela 3 - Verdade da Figura 3(b)

Para treinar um pouco o que você acabou de aprender, tente se orientar com os exemplos da **Figura 4**.

Figura 04 - Circuitos lógicos e suas expressões booleanas



Fonte: Tocci e Widmer (2007).



Vídeo 03 - Obtendo Circuito Lógico I

Atividade 01

Avalie a expressão $X = (A + B) \cdot C$ para os seguintes valores de entrada (ou seja, quais valores terá a saída X em cada caso):

1. $A = 1, B = 0$ e $C = 1$.
2. $A = 1, B = 1$ e $C = 0$.

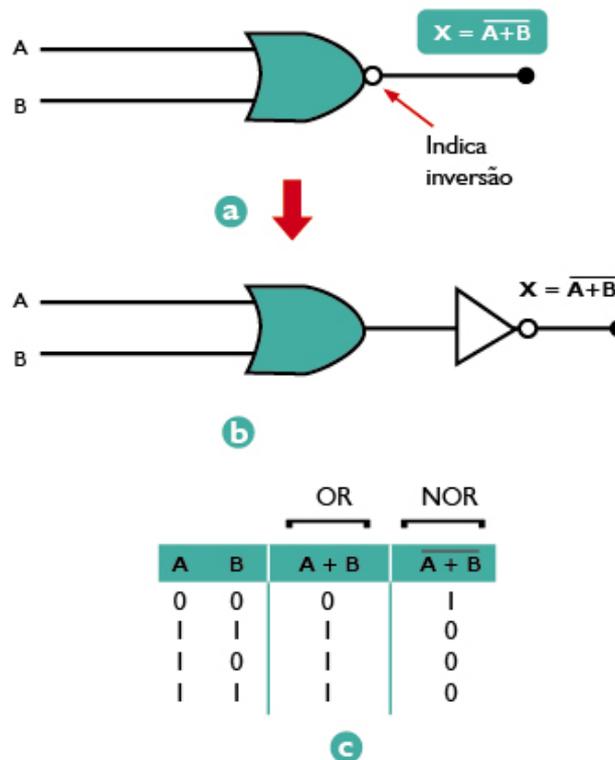
Porta NOR ('NÃO-OU')

A operação NOR é a uma operação inversa à operação OR, pois na operação NOR, a saída é inversa à da porta OR, ou seja, quando a saída OR é "1", a NOR será "0", e quando a OR for "0", a saída da NOR será "1".

Verifique a tabela verdade da **Figura 5(c)**. A letra "N" em NOR significa NOT (literalmente "não", que representa o circuito inversor que vimos na última aula) e essa porta nada mais é do que uma porta OR com um inversor acoplado. Por isso, sua saída é o oposto da porta OR. Seu símbolo é o mesmo do OR, mas com um círculo ("o") em sua saída, para dizer que o valor da sua saída é invertido.

Você pode construir uma porta NOR conectando uma porta OR a um inversor, conforme mostra a **Figura 5**. Preste atenção como a saída da NOR é a inversão da OR e é representada por um traço em cima que representa o que chamamos "barrado" (**Figura 5(a)**).

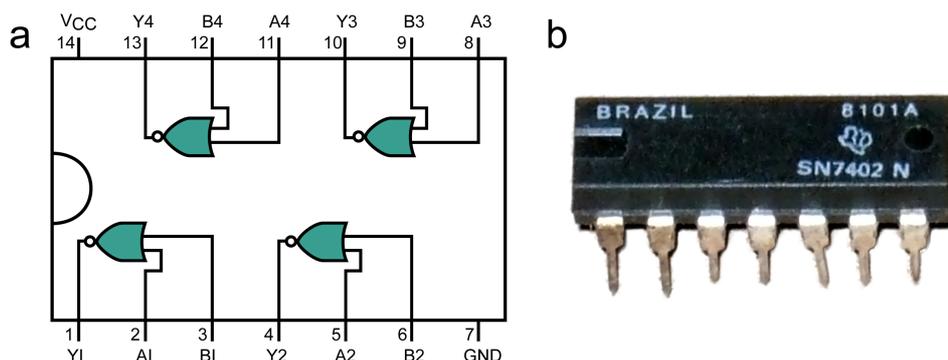
Figura 05 - (a) Símbolo da porta NOR, (b) a porta OR + NOT e (c) a tabela verdade.



Fonte: Fonte: Tocci e Widmer (2007).

O circuito integrado com portas NOR mais conhecido é o 7402, que tem sua pinagem mostrada na **Figura 6**. Preste atenção, pois a localização das entradas e saídas deste circuito integrado é diferente dos demais circuitos que vimos na última aula. Claro que existem vários outros circuitos integrados que possuem portas NOR com mais entradas. Por exemplo, o 7427 possui três portas NOR com três entradas cada.

Figura 06 - Circuito integrado 7402



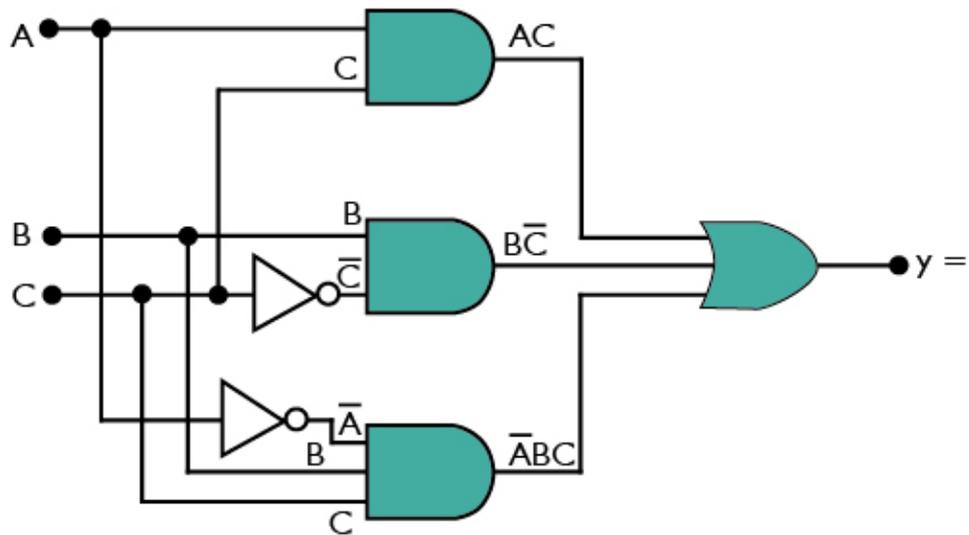
Fonte: <http://mlb-s2-p.mlstatic.com/ci-sn7402-sn-7402-13722-MLB3287682640_102012-F.jpg>
Acesso em: 22 Jun. 2015

Observando novamente a **Figura 6**, você vê que o pino 14 representa o Vcc, onde colocamos uma tensão de 5 Volts para ligar o circuito e que temos que aterrar no pino 7, chamado de GND (Ground), que é o pino terra.

Quando você tiver contato com esses componentes da eletrônica digital, verá como ligamos as pinagens do circuito e entenderá melhor o porquê de numerarmos as “pernas” do circuito integrado.

Atividade 02

1. No circuito a seguir, identifique qual a expressão booleana que representa a saída Y.



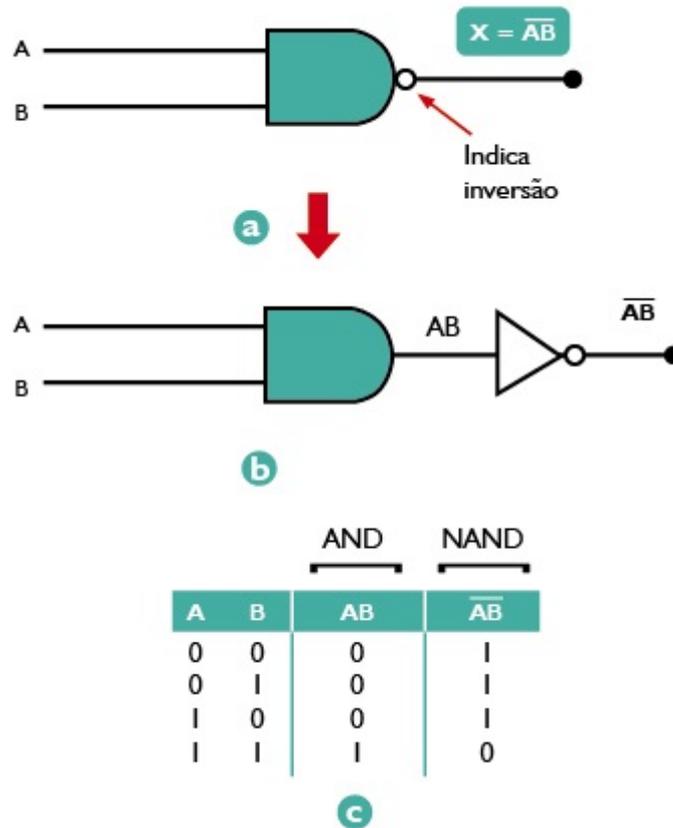
Porta NAND ('NÃO-AND')

A operação NAND é o inverso da porta AND, pois quando a saída AND é "1", a NAND será "0", e quando a AND for "0", a saída da NAND será "1".

Observe a tabela verdade da **Figura 7(c)**. A letra "N" em NAND significa NOT (literalmente "não", que representa o circuito inversor que vimos na última aula) e essa porta nada mais é do que uma porta AND com um inversor acoplado.

O símbolo é o mesmo do AND, mas com um círculo ("o") em sua saída, para dizer que o valor da sua saída é invertido, conforme mostra a **Figura 7**. Preste atenção como a saída da NAND é a inversão da AND e é representada por um traço em cima que representa o que chamamos "barrado" (**Figura 7(a)**).

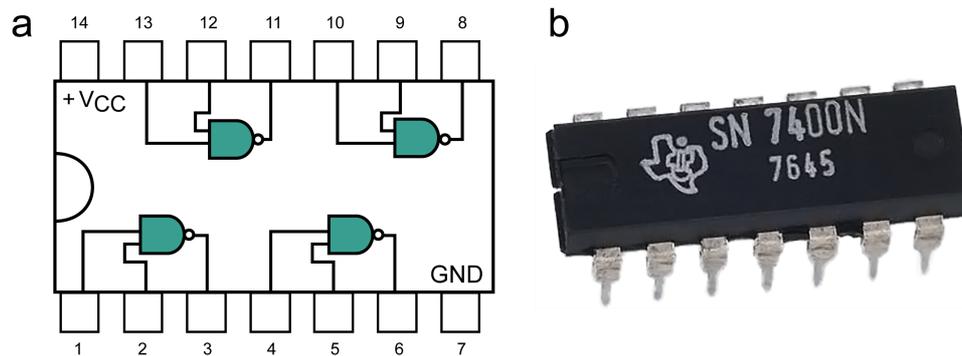
Figura 07 - (a) Símbolo da porta NAND , (b) a porta AND + NOT e (c) a tabela verdade.



Fonte: Tocci e Widmer (2007)

O circuito integrado com portas NAND mais conhecido é o 7400, que tem sua pinagem mostrada na **Figura 8**.

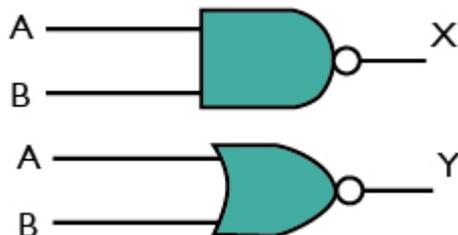
Figura 08 - Circuito integrado 7400



Fonte: <<http://www.electroschematics.com/wp-content/uploads/2011/05/sn7400-ic.jpg>> Acesso em: 22 Jun. 2015

Atividade 03

1. Para as portas a seguir, identifique as expressões booleanas da saída X e da saída Y.



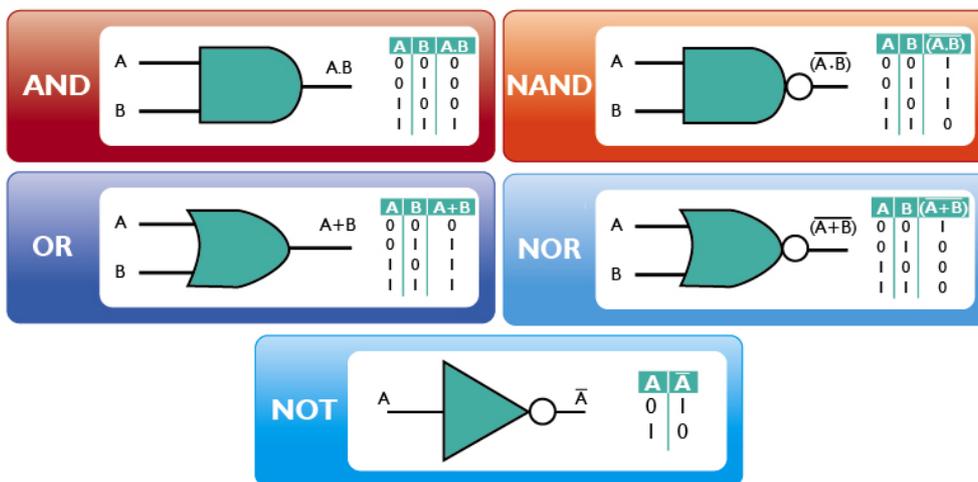
2. Preencha a tabela verdade para essas portas da questão 1. (exercício interativo)

Entradas		X	Y
<u>A</u>	<u>B</u>	<u>RESPOSTA</u>	<u>RESPOSTA</u>
0	0	—	—
0	1	—	—
1	0	—	—
1	1	—	—

Simbologia das portas lógicas

Até agora estudamos as operações AND, NAND, OR, NOR e NOT (**Figura 9**) e vimos a representação das portas que as implementam. Entretanto, na literatura, você pode encontrar essas portas lógicas representadas (desenhadas) de outra maneira, como está mostrado nas **Figuras 10 e 11**.

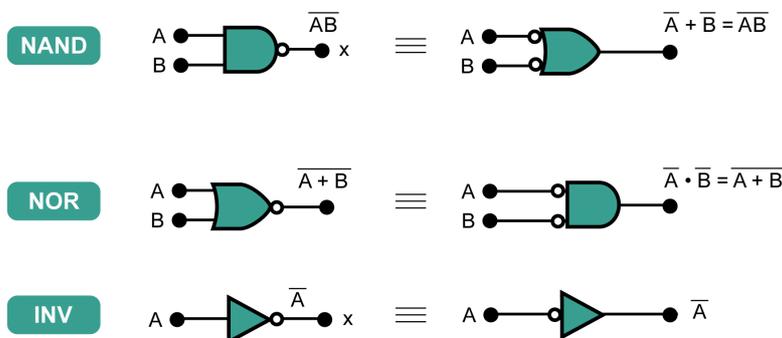
Figura 09 - Simbologia das portas lógicas AND, NAND, OR, NOR e NOT



Fonte: Tocci e Widmer (2007)

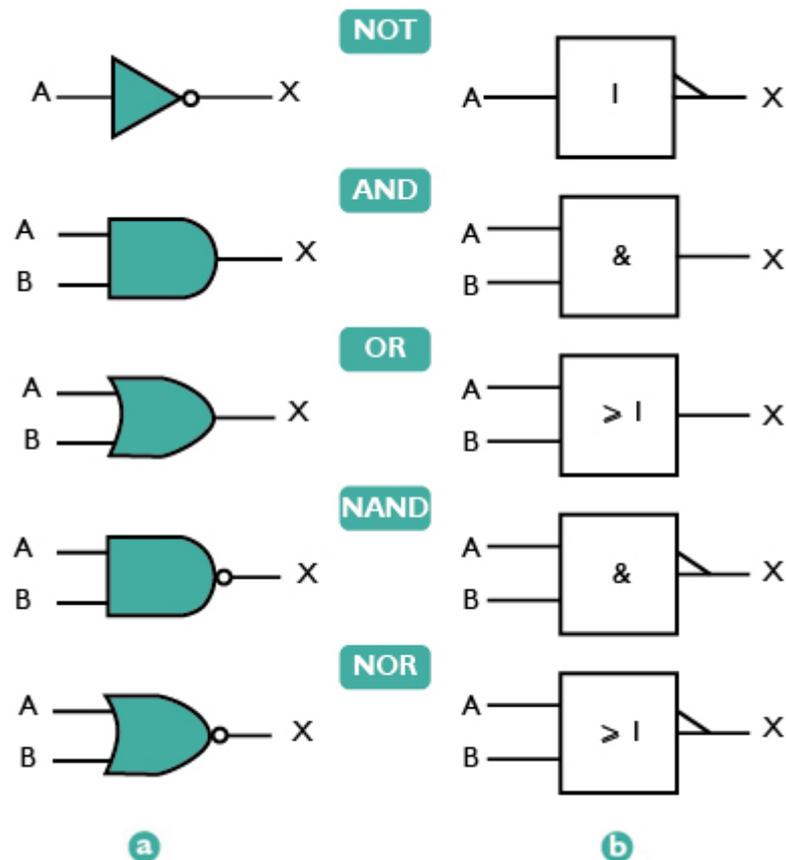
Perceba na Figura 9 que, além dessas representações, outro exemplo é a representação da inversão, que pode ser feita como A' , que é equivalente a \overline{A} .

Figura 10 - Simbologia alternativa das portas lógicas



Fonte: Tocci e Widmer (2007)

Figura 11 - (a) Simbologia tradicional das portas lógicas e (b) simbologia do IEEE*/ANSI
* (Instituto dos Engenheiros Elétricos e Eletrônicos)



Fonte: Tocci e Widmer (2007)



Vídeo 04 - Obtendo Circuito Lógico II

Atividade 04

1. Quais foram as principais portas que aprendemos até agora?
2. Represente cada porta da questão 1 e sua tabela verdade.
3. Use duas representações para escrever a porta AND e OR.
4. Qual é a porta inversa à porta AND?

Leitura Complementar

[1] WAGNER, Flávio R.; REIS, André I.; RIBAS, Renato P. **Fundamentos de Circuitos Digitais**. Bookman, 2008.

[2] PEDRONI, Volnei. **Eletrônica Digital Moderna e VHDL**. Campus, 2010.

Resumo

Nesta aula, você aprendeu que a porta NOR é a porta OR conectada a um inversor na saída, ou seja, a saída da porta NOR é o contrário da porta OR. Aprendeu também que a porta NAND é a porta AND conectada a um inversor na saída, ou seja, a saída da porta NAND é o inverso da porta AND. Você viu também como é importante conhecer os símbolos e a tabela verdade de cada porta lógica e aprendeu como escrever expressões booleanas para as portas lógicas e suas combinações.

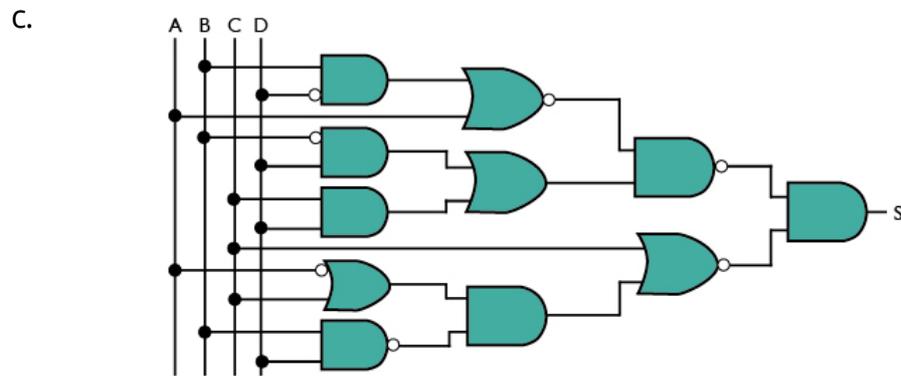
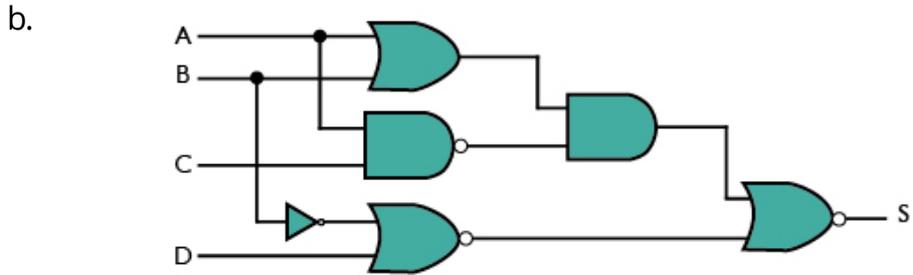
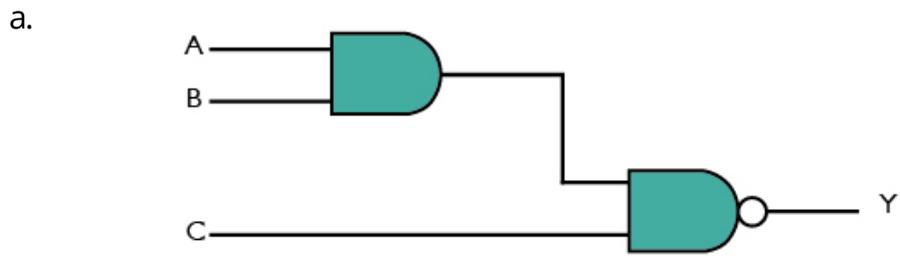
Autoavaliação

1. Para cada expressão a seguir, desenhe os circuitos lógicos correspondentes (Adaptado de UFG).

a. $X = \overline{AB(C + D)}$

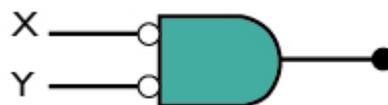
b. $Y = MN(P + \bar{N})$

2. Escreva a tabela verdade de uma porta AND com 4 entradas e uma saída.
3. Para os circuitos a seguir escreva as expressões booleanas de cada saída.



OBS.: O símbolo "o" antes da entrada de uma porta significa que o sinal está sendo invertido. Por exemplo, na entrada da porta AND no alto à esquerda, não teremos "D", mas sim " \overline{D} ".

Observe o exemplo:

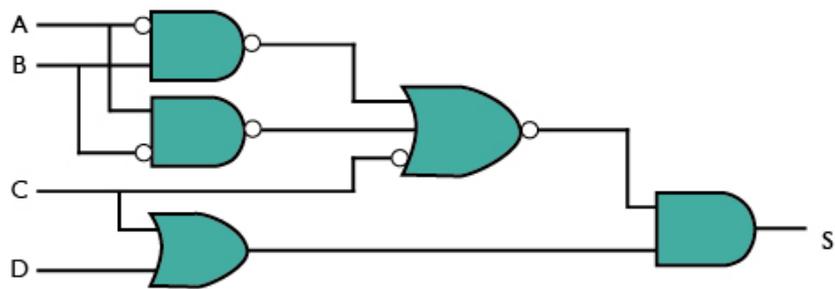


4. Para cada expressão a seguir, apresente a tabela verdade:

a. $X = \overline{A}B + \overline{A}\overline{B}$

b. $X = \overline{A}\overline{B} + AB$

5. Para o circuito a seguir escreva a expressão booleana.



Referências

TOCCI, Ronald; WIDMER, Neal S.; MOSS, Gregory L. **Sistemas digitais: princípios e aplicações**. 10. ed. Prentice Hall, 2007.

VOLTAGE AND CURRENT: basic electronic circuit & theory for beginner. Disponível em: <<http://www.voltagecurrent.info>>. Acesso em: 20 abr. 2012a.

_____. **7402 Datasheet**. Disponível em: <<http://www.voltagecurrent.info/7402-datasheet/>>. Acesso em: 20 abr. 2012b.