Matemática Aplicada

Aula 08 - Mais Operadores Lógicos

Apresentação

Nesta aula, veremos mais alguns operadores lógicos que usamos regularmente para descrever situações que devem ser tratadas em nosso programa: a disjunção exclusiva, a implicação e a bi-implicação. Veremos que, apesar de ser possível representar qualquer expressão da lógica proposicional apenas com os operadores da aula anterior, algumas vezes fica mais natural e intuitivo usar esses novos operadores. Dominando esse conjunto completo, vocês estarão prontos para definir com segurança as condições que devem ser satisfeitas pelo programa para que sejam realizadas suas diferentes ações.

Vídeo 01 - Apresentação

Objetivos

Ao final desta aula, você será capaz de:

- Compreender como lidamos com a lógica no dia a dia.
- Identificar os operadores lógicos booleanos mais comuns e suas equivalências.
- Aplicar operações da lógica booleana para resolver problemas práticos.

Resolvendo Problemas com Restrições

O problema a seguir foi extraído de uma prova da Olimpíada Brasileira de Informática (OBI), organizada pela Sociedade Brasileira de Computação (SBC). Ele servirá de base para algumas das discussões desta aula. Esse problema pode ser resolvido sem uma formalização, apenas com raciocínio lógico. No entanto, veremos que formalizando as restrições e fazendo a sua tabela-verdade, é possível resolvê-lo de maneira quase automática, o que, mais uma vez, é muito útil quando os problemas a serem resolvidos ficam mais complexos. Sugerimos que procure resolvê-lo antes de prosseguir.

Os Astronautas

Será criado um grupo de quatro astronautas para tripular um ônibus espacial que orbitará ao redor da Terra. Como candidatos, existem quatro físicos: *F, G, H e I*, e quatro matemáticos: *R, S, T e U.* Para a seleção, são consideradas as seguintes condições:

1. O grupo deve ser formado por exatamente dois físicos e dois matemáticos.
2. *F* ou *G* deve estar presente no grupo, mas não ambos.
3. Se *R* está no grupo, então *H* também deve estar.
4. Se *T* está no grupo, então *G* não pode estar.

Questão 1. Se *R* está no grupo, qual dos seguintes candidatos não pode estar?

a. H

b. I

c. S

d. T

e. U

Questão 2. Se nem *S* nem *U* estão no grupo, quais dos seguintes candidatos devem estar?

a. F e G

b. F e H

c. F e I

d. G e H

e. G e I

Questão 3. Se *G* está no grupo, quais podem ser os outros três membros?

a. F, S, U.

b. H, I, R.

c. H, R, S.

d. H, S, T.

e. I, R, U.

Questão 4. Se *S, I* e *S* estão no grupo, quem deve estar também presente?

a. F

b. H

c. R

d. T

e. U

Questão 5. Sabendo que *T* está no grupo e *H* não está, qual outra informação faria com que o grupo pudesse ser completamente determinado?

a. F está no grupo.

b. I está no grupo.

c. G não está no grupo.

d. R não está no grupo.

e. U não está no grupo.

Para modelar as condições desse problema, precisaremos de mais alguns operadores booleanos que veremos nesta aula: a **disjunção exclusiva**, mais conhecida como ou-exclusivo, a **implicação** e a **bi-implicação**, mais conhecida como *se e somente se*. Como proposições atômicas, teremos f, g, h, i, r, s, t e u, respectivamente, representando as proposições *F* faz parte do grupo, *G* faz parte do grupo e assim por diante.

Disjunção Exclusiva

A operação da **disjunção exclusiva** indica que a expressão somente será verdadeira quando as duas proposições envolvidas possuem valores lógicos diferentes. Ela se diferencia do *ou* visto na aula anterior, pois requer que exatamente uma das duas proposições conectadas seja verdade, ao passo que o resultado de um *ou* também é verdade quando ambas são verdadeiras. Por isso, justamente, é chamada de **ou-exclusivo**. Em português, a maneira mais comum de juntar duas proposições através de uma disjunção exclusiva é a construção *ou-ou* (ou isso ou aquilo, em inglês, *either-or*, mas matematicamente é frequentemente chamado de exclusive or ou XOR). Um dos símbolos usados para indicar esse conectivo é o $\oplus$. As pessoas que usam normalmente esse símbolo vêm da área de circuitos lógicos e arquitetura de computadores (área de hardware). É o que usaremos nesse texto, pois na realidade é nessa área que é mais comum encontrar referência ao operador ou-exclusivo.

Se liga!

Em português, na realidade, podemos também usar um único *ou* com o significado de disjunção exclusiva. Normalmente nesse caso é o contexto que vai dar uma indicação do significado desejado. Isso acontece porque a linguagem natural (português) é **ambígua**, ou seja, permite que uma mesma construção tenha mais de um significado.

Um exemplo: no Brasil comemos abacate com açúcar, mas em muitos outros países come-se abacate como salada, com sal e outros temperos. Podemos dizer que come-se abacate com açúcar ou com sal. Nesse caso, com certeza o ou é exclusivo, pois não é razoável colocar açúcar e sal ao mesmo tempo no abacate (se quiser experimentar, fique à vontade. Cada doido com sua mania, né?) Ou seja, só serve um ou outro, mas não os dois.

Como exemplo de ou-exclusivo consideremos a restrição (2) do problema dos astronautas:

(2) F ou G deve estar presente no grupo, mas não ambos.

Observe que, para acabar com a ambiguidade, os autores da questão explicitaram “mas não ambos”. A formalização dessa afirmação é:

$$f \oplus g$$

Vejamos um outro exemplo com as proposições

João está trabalhando

e

João está descansando

Observe que não é possível trabalhar e descansar ao mesmo tempo. Então, naturalmente, se quisermos fazer uma disjunção dessas duas afirmações, essa disjunção será exclusiva. Em português, diríamos:

ou *João está trabalhando* ou *João está descansando*.

Formalizado como:

João está trabalhando $\oplus$ João está descansando

Veja mais um exemplo: se a proposição p representa *Maria* está em *Natal* e a proposição q representa *Maria* está em *Mossoró*, então a expressão booleana representa Maria está em *Natal* ou Maria está em *Mossoró*, ou ainda, de forma mais curta: Maria está em *Natal* ou em *Mossoró*.

Observe que uma expressão composta pelo ou-exclusivo somente vai ser verdadeira se uma das proposições for verdadeira e a outra falsa. Vejamos a tabela-verdade do ou-exclusivo:

p	q	$p \oplus q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Se liga!

O significado de qualquer operador booleano pode ser expresso apenas usando a disjunção e a negação ou apenas a conjunção e a negação. Ou seja, se tivéssemos apenas um desses pares de conectivos, poderíamos assim mesmo construir expressões equivalentes a todas as afirmações correspondentes aos outros conectores booleanos. No entanto, isso não seria muito prático, pois as expressões ficariam muito complicadas e pouco intuitivas. Por exemplo, temos que

$$p \land q$$

é equivalente a

$$\sim (\sim p \lor \sim q)$$

ou seja, se temos *p e q*, então não é verdade que pelo menos um dentre *p e q* é falso. Você pode verificar isso fazendo a tabela-verdade das duas expressões. Mas a segunda é MUITO mais esquisita, não é? No entanto, muitas vezes é útil saber construir uma proposição composta equivalente a uma outra. Em particular, é muito útil saber construir uma proposição composta com disjunções, conjunções e negações. Procuraremos sempre mostrar, então, como os conectivos que vamos apresentar nesta aula podem ser substituídos por expressões que contêm apenas os três conectivos que vimos na aula passada.

Implicação

Equivalências úteis

A disjunção exclusiva pode ser reescrita em função da conjunção, disjunção e negação:

$$p \oplus q \equiv (p \land \sim q) \ \lor (\sim p \land q)$$

Atividade 01

Dadas as proposições *p, q*, e *r*, construa a tabela-verdade correspondente à expressão

$$(p \oplus q) \oplus r$$

Vídeo 02 - Atividade 01

Implicação

Uma implicação corresponde em português a uma construção

se "alguma proposição" *então* "outra proposição".

O operador booleano correspondente é comumente chamado de **implica**, ou de **se-então**. Nesse contexto, utilizamos o verbo *implicar* no sentido de produzir como consequência ou ser causa ou origem de algo. A primeira proposição de uma implicação é chamada de **premissa** e a segunda de **conclusão**. Uma implicação, para ser uma verdade, requer que sempre que a premissa seja verdadeira, a conclusão também o seja. Se a premissa for verdadeira e a conclusão for falsa, a implicação é uma mentira. Porém, nenhuma conclusão sobre a veracidade da segunda proposição é possível no caso da premissa ser falsa. Ou, dizendo de outra forma, nada se sabe sobre o valor da conclusão (ela tanto pode ser verdadeira como falsa) no caso da premissa ser falsa. Uma implicação não diz nada sobre a conclusão nesse caso.

Tomemos como exemplo a expressão

(a) *se* amanhã fizer sol, *então* Maria irá à praia.

Para a expressão acima, considere que no dia seguinte fez sol e Maria foi à praia. Neste caso, a expressão (a) é verdadeira, não? Por outro lado, se fez sol e Maria não foi à praia, a afirmação (a) é falsa (uma mentira). Nessa situação, a condição de fazer sol foi satisfeita, então, obrigatoriamente, Maria deveria ter ido à praia. E se no dia seguinte choveu? Nesse caso, tanto faz se Maria foi ou não à praia, pois, de qualquer maneira, (a) não é uma mentira, dado que ela só dizia algo sobre Maria ir ou não à praia no caso de fazer sol. É convencionado então que a afirmação (a) seja considerada verdadeira sempre que não fizer sol.

Na Lógica Booleana, o símbolo usado para indicar esse conectivo é o $\rightarrow$. Consideremos agora as condições (3) e (4) do problema dos astronautas:

(3) Se R está no grupo então H também deve estar.

(4) Se T está no grupo então G não pode estar.

elas podem ser imediatamente formalizadas como

(3) $r \rightarrow h$

e

(4) $t \rightarrow \; \sim g$

Observe que uma expressão booleana de uma implicação somente vai ser falsa se a premissa for verdadeira e a conclusão for falsa. Vejamos sua tabela-verdade:

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Tabela 1- Tabela-verdade do operador de implicação

Equivalências úteis

A implicação pode ser reescrita em função da disjunção e negação:

$$p \rightarrow \ q \equiv \ \sim p \vee q$$

Vídeo 03 - Validade de um Argumento - pt.1

Vídeo 04 - Validade de um Argumento - pt.2

Exercício Resolvido

Agora que já formalizamos as condições lógicas do problema dos astronautas, já podemos usar a tabela-verdade para ajudar a resolvê-lo. Só que temos um problema. Você lembra como se constrói a tabela-verdade? Uma coluna para cada proposição atômica e uma linha para cada combinação de valores dessas proposições, o que significa 2^n linhas, onde n é o número de proposições. Aqui temos 8 proposições atômicas e, consequentemente, precisaríamos de 2^8 = 256 linhas! Fazer esse trabalho manualmente é MUITO tedioso... Para resolver esse problema, nós usamos um software para preparação de planilhas (Alguns aplicativos para preparação de planilhas são o Excel (da Microsoft) e o Calc (software gratuito da suite br.office).). Esse tipo de *software* ajuda a trabalhar com tabelas em geral, pois já tem as linhas e colunas arrumadinhas para uso. Além disso, podemos usar recursos de copiar e colar para padrões que se repetem e controlar que linhas e colunas aparecem em cada instante, o que garante mais facilidade para visualizar a informação que nos interessa naquele momento. Nós mostraremos aqui partes da tabela e o seu raciocínio.

Primeiramente, vamos identificar as colunas necessárias. Temos as 8 proposições atômicas e as fórmulas correspondentes às restrições do problema (restrições (2), (3) e (4)). Para já simplificar nosso trabalho e diminuir o número de linhas, vamos apenas criar linhas que satisfazem à primeira condição, ou seja, com exatamente 2 físicos e 2 matemáticos. Por essa razão, não precisaremos da formalização dessa condição.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	f	g	h	i	r	s	t	u	f xor g	r -> h	~g	t -> ~g
2												
3												
4												
5												
6												
7												
8												
9												
10												
11												
12												
13												
14												
15												
16												
17												
18												
19												

Quantos serão então os grupos possíveis, de acordo com a primeira condição? Comecemos pelos físicos: F, G, H e I. Os grupos que contêm exatamente dois desses físicos são 6:

F e G, F e H, F e I, G e H, G e I, H e I

O mesmo pode ser feito com os matemáticos, formando-se também 6 grupos:

R e S, R e T, R e U, S e T, S e U, T e U

Para montarmos um grupo completo, precisamos juntar um grupo de dois físicos com um grupo de dois matemáticos. Isso significa que podemos montar ao todo 36 = 6 x 6 grupos, o que corresponde a juntar cada um dos grupos de físicos com cada um dos grupos de matemáticos. A tabela preenchida com essas linhas fica então com 36 linhas, onde cada linha corresponde a um grupo possível, de acordo com a restrição (1). Ficaremos então com a tabela a seguir, na qual, ao invés de usarmos V e F para *verdadeiro* e *falso*, usamos 1 para representar *verdadeiro* e 0 para representar *falso*. Essa notação é muito utilizada na computação, então vamos utilizá-la também.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	f	g	h	i	r	s	t	u	f xor g	r -> h	~g	t -> ~g
2	0	0	1	1	0	0	1	1				
3	0	0	1	1	0	1	0	1				
4	0	0	1	1	0	1	1	0				
5	0	0	1	1	1	0	0	1				
6	0	0	1	1	1	0	1	0				
7	0	0	1	1	1	1	0	0				
8	0	1	0	1	0	0	1	1				
9	0	1	0	1	0	1	0	1				
10	0	1	0	1	0	1	1	0				
11	0	1	0	1	1	0	0	1				
12	0	1	0	1	1	0	1	0				
13	0	1	0	1	1	1	0	0				
14	0	1	1	0	0	0	1	1				
15	0	1	1	0	0	1	0	1				
16	0	1	1	0	0	1	1	0				
17	0	1	1	0	1	0	0	1				
18	0	1	1	0	1	0	1	0				
19	0	1	1	0	1	1	0	0				
20	1	0	0	1	0	0	1	1				
21	1	0	0	1	0	1	0	1				
22	1	0	0	1	0	1	1	0				
23	1	0	0	1	1	0	0	1				
24	1	0	0	1	1	0	1	0				
25	1	0	0	1	1	1	0	0				
26	1	0	1	0	0	0	1	1				
27	1	0	1	0	0	1	0	1				
28	1	0	1	0	0	1	1	0				
29	1	0	1	0	1	0	0	1				
30	1	0	1	0	1	0	1	0				
31	1	0	1	0	1	1	0	0				
32	1	1	0	0	0	0	1	1				
33	1	1	0	0	0	1	0	1				
34	1	1	0	0	0	1	1	0				
35	1	1	0	0	1	0	0	1				
36	1	1	0	0	1	0	1	0				
37	1	1	0	0	1	1	0	0				

Completando agora a tabela com os valores das outras restrições, ficamos com a seguinte tabela, que explicaremos a seguir:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	f	g	h	i	r	s	t	u	f xor g	r -> h	~g	t -> ~g
2	0	0	1	1	0	0	1	1	0			
3	0	0	1	1	0	1	0	1	0			
4	0	0	1	1	0	1	1	0	0			
5	0	0	1	1	1	0	0	1	0			
6	0	0	1	1	1	0	1	0	0			
7	0	0	1	1	1	1	0	0	0			
8	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0
9	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1
10	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0
11	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0		
12	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0		
13	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0		
14	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0
15	0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	0	1
16	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0
17	0	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	1
18	0	1	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0
19	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1
20	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1
21	1	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1
22	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1
23	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0		
24	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0		
25	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0		
26	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1
27	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1
28	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1
29	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1
30	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1
31	1	0	1	0	1	1	0	0	1	1	1	1
32	1	1	0	0	0	0	1	1	0			
33	1	1	0	0	0	1	0	1	0			
34	1	1	0	0	0	1	1	0	0			
35	1	1	0	0	1	0	0	1	0			
36	1	1	0	0	1	0	1	0	0			
37	1	1	0	0	1	1	0	0	0			

Note que quando encontramos uma falsidade (valor 0) como resultado de alguma restrição, não precisamos verificar o restante das restrições, pois precisamos que todas sejam verdadeiras. Então... como interpretamos essa tabela? Considere por exemplo a coluna correspondente à restrição (2) (coluna I). As linhas em que o seu valor é falso (F) correspondem a grupos que não satisfazem a restrição. Se estivermos trabalhando no *software* para planilhas, já podemos esconder essas linhas (linhas cor goiaba). O mesmo pode ser feito em relação às restrições (3) (linhas amarelas) e (4) (linhas azuis).

Finalmente, ficamos com apenas 13 situações possíveis, que mostramos na tabela a seguir:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	f	g	h	i	r	s	t	u	f xor g	r -> h	~g	t -> ~g
2	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1
3	0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	0	1
4	0	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	1
5	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1
6	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1
7	1	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1
8	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1
9	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1
10	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1
11	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1
12	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1
13	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1
14	1	0	1	0	1	1	0	0	1	1	1	1

Agora, podemos olhar para as questões.

Questão 1. Se *R* está no grupo, qual dos seguintes candidatos não pode estar?

1. H
2. I
3. S
4. T
5. U

Que linhas correspondem a grupos dos quais *R* faz parte? É só olhar se há alguma coluna que tem o valor falso em todas essas linhas. Sim, a coluna que diz que *I* faz parte do grupo. Então, se R está no grupo, *I* não está.

Atividade 02

1. Responda às outras questões do problema dos astronautas analisando a tabela que construímos.
2. Considere que p seja a proposição associada à afirmação o *réu é culpado* e q a proposição associada à afirmação o *réu* será *encarcerado*.

Se a expressão $\sim (p \rightarrow q)$ é verdadeira, o que podemos afirmar sobre o réu?

Bi-implicação

Na operação de **bi-implicação**, o operador utilizado é o **se, e somente se**. Como exemplo, vamos usar a expressão *João está aprovado se, e somente se, obteve uma nota maior que a média*. Essa expressão é equivalente a se *João está aprovado*, **então** *ele obteve uma nota maior que a média*. E *se João obteve uma nota maior que a média,* **então** *ele está aprovado*. Na Lógica Booleana, o símbolo usado para indicar esse conectivo é o $\leftrightarrow$. Uma bi-implicação é verdadeira em dois casos: (1) quando ambas as proposições consideradas são verdadeiras; (2) quando ambas as proposições consideradas são falsas.

Exemplo: dadas as proposições p e q representando respectivamente as afirmações João fará o pagamento e o sanduíche é gostoso, então, $p \leftrightarrow q$ representa a afirmação *João fará o pagamento* **se, e somente se,** *o sanduíche é gostoso*.

Observe que uma expressão booleana composta pelo **se, e somente se** apenas vai ser verdadeira se a premissa e a conclusão possuírem mesmo valor (verdadeiro ou falso). Vejamos a tabela-verdade:

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Tabela 2 - Tabela-verdade do operador de bi-implicação

Equivalências úteis

A bi-implicação pode ser reescrita em função da conjunção, disjunção e negação:

$$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \equiv (\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p)$$

Atividade 03

Sejam as proposições p e q definidas a seguir:

p: o sanduíche é barato

q: os ingredientes do sanduíche são de baixa qualidade

O que significa a expressão $\sim (p \leftrightarrow q)$?

Equivalências Lógicas

Normalmente, os operadores ocorrem em situações mais complexas do que as apresentadas anteriormente. Assim, conhecer as equivalências nos permite simplificar as expressões booleanas em alguns casos. Uma expressão é logicamente equivalente a outra se suas tabelas-verdades são idênticas. Agora, vamos aprender quais são as principais equivalências lógicas:

1 - Dupla negação	$\sim (\sim p) \equiv p$
2 - Elemento neutro da conjunção	$p \wedge \ verdadeiro \ \equiv p$
3 - Elemento absorvente da conjunção	$p \wedge \ falso \ \equiv \ falso$
4 - Elemento neutro da disjunção	$p \vee \ falso \ \equiv p$
5 - Elemento absorvente da disjunção	$p \vee \ verdadeiro \ \equiv \ verdadeiro$
6 - Silogismo hipotético	$p \rightarrow q, q \rightarrow r \Rightarrow p \rightarrow r$

7 - Dilema construtivo	$p \to q, r \to s, p \vee r \Rightarrow q \vee s$
8 - Dilema destrutivo	$p \to q, r \to s, (\sim q) \vee (\sim s) \Rightarrow (\sim p) \vee (\sim r)$
9 - Contrapositiva	$p \to q \equiv (\sim q) \to (\sim p)$
10 - Condicional para inclusiva	$p \to q \equiv (\sim p) \vee q$
11 - Disjunção inclusiva para condicional	$p \vee q \equiv \sim p \to q$
12 - Disjunção exclusiva para condicional	$p \oplus q \equiv \sim p \leftrightarrow q$
13 - Leis de Morgan	$\sim (p \vee q) \equiv (\sim p) \wedge (\sim q)$ $\sim (p \wedge q) \equiv (\sim p) \vee (\sim q)$
14 - Negação da condicional	$\sim (p \to q) \equiv p \wedge (\sim q)$
15 - Bicondicional para condicionais	$p \leftrightarrow q \equiv (p \to q) \wedge (q \to p)$
16 - Negação da bicondicional	$\sim (p \leftrightarrow q) \equiv p \oplus q$

Além das tabelas-verdade, essas equivalências também podem ser provadas por dedução a partir dos operadores mais básicos.

Atividade 04

Com base na tabela de equivalências apresentada, dizer que “Pedro não é azarado” ou “o gato é preto” é, do ponto de vista lógico, o mesmo que dizer que:

a. se o gato é preto, então Pedro é azarado.

b. se Pedro não é azarado, então o gato é preto.

c. se Pedro é azarado, então o gato não é preto.

d. se Pedro é azarado, então o gato é preto.

e. se o gato não é preto, então Pedro é azarado.

Vídeo 05 - Exemplo

Resumo

Nesta aula completamos o estudo básico da lógica proposicional e vimos como ela pode ser usada para formalizar e resolver problemas de raciocínio lógico presentes em diversas situações. Estudamos aqui os operadores lógicos que correspondem a construções que usamos regularmente em português, como o se-então ou implicação, e a equivalência entre fórmulas lógicas. A Álgebra booleana é muito útil à computação. Nas disciplinas de programação, quando você estiver desenvolvendo algoritmos, será fácil perceber como as expressões booleanas são importantes ao programador. De fato, é muito comum encontrar programas onde diversas expressões booleanas precisam ser avaliadas, influenciando o fluxo de execução e os resultados do programa.

Autoavaliação

1. Dadas as seguintes proposições:

   p: o livro é interessante.

   q: o livro é caro.

   r: o livro é de Matemática.

   Escreva os significados correspondentes às expressões booleanas abaixo:

   a. $r \rightarrow p$

   b. $p \leftrightarrow q$

   c. $(p \wedge q) \rightarrow r$

   d. $(p \vee r) \leftrightarrow q$

2. Dadas as proposições a seguir, traduza as alternativas seguintes em expressões booleanas.

   p : Maria é médica.

   q : Eduardo é engenheiro.

   s : Carla é cozinheira.

   r : João é jornalista

   a. Se Eduardo é engenheiro, então Carla não é cozinheira.

   b. Maria não é médica se, e somente se, João é jornalista.

   c. Se João é jornalista e Maria é médica, então Eduardo é engenheiro.

   d. Carla é cozinheira se, e somente se, Maria é médica ou Eduardo é engenheiro.

3. Dadas as proposições a seguir, traduza as expressões booleanas para suas afirmações correspondentes e construa suas tabelas-verdade.

p : Paulo vai para casa.

q : Ana vai estudar.

r : Paulo e Ana vão ao cinema.

a. $r \rightarrow (\sim p \wedge \sim q)$

b. $q \leftrightarrow (\sim r \wedge p)$

c. $(q \vee \sim r) \rightarrow p$

4. Sabendo que p = V, q = V e r = F, dê o valor lógico das expressões booleanas a seguir. Dica: construa suas tabelas-verdade e identifique a linha que corresponde a esses valores das proposições.

a. $(q \vee \sim r) \rightarrow (p \wedge r)$

b. $(q \rightarrow r) \rightarrow p$

c. $(r \wedge q) \leftrightarrow \sim p$

d. $(p \vee (q \wedge r)) \rightarrow \sim (p \vee r)$

5. Lembrando das equivalências apresentadas, resolva esse problema:
"Se Ivan é culpado, então Laura é culpada. Se Bruna é culpada, então Rodrigo é culpado. Laura é inocente ou Rodrigo é inocente. E agora?"

a. Laura é culpada e Rodrigo é culpado.

b. Laura é inocente e Bruna é culpada.

c. Ivan é culpado ou Rodrigo é inocente.

d. Ivan é inocente ou Bruna é inocente.

Referências

ABE, Jair Minoro; SCALZITTI, Alexandre; SILVA FILHO, João Inácio da. **Introdução à lógica para a ciência da computação**. 2. ed. São Paulo: Arte e Ciência, 2002.

AUBYN, António St. et al. **Lógica matemática**. Disponível em: . Acesso em: 16 set. 2011.

BEDREGAL, Benjamín René Callejas; ACIÓLY, Benedito Melo. **Lógica para a ciência da computação**. 2002. Versão preliminar.