Matemática Aplicada

Aula 02 - Regra de três simples e composta

Apresentação

Na aula anterior, introduzimos as proporções e as definimos como igualdades entre razões. Nesta aula, continuaremos a estudar as proporções e mostraremos como o conhecimento sobre a proporcionalidade existente entre as grandezas de um problema permite aplicar um dos recursos matemáticos mais utilizados no dia a dia, a regra de três.

Vídeo 01 - Apresentação

Objetivos

Ao final desta aula, você será capaz de:

- Dominar os conceitos de grandezas diretamente e inversamente proporcionais.
- Conhecer e aplicar a regra de três simples, direta e inversa.
- Conhecer e aplicar a regra de três composta.

Proporcionalidade inversa

Vimos na aula anterior o conceito de proporcionalidade direta, quando o valor de uma grandeza aumenta com o valor da outra seguindo uma razão de proporcionalidade constante:

$$f(x) = q \cdot x$$

Por outro lado, dizemos que uma grandeza $G1$ é inversamente proporcional à grandeza $G2$ quando seus valores são relacionados por uma **função de proporcionalidade inversa**

$$f(x) = \frac{q}{x}$$

onde x é o valor correspondente à grandeza $G1$, $f(x)$ à $G2$, e q é a constante de proporcionalidade. Passando x para o outro lado da função, temos

$$f(x) \cdot x = q$$

ou ainda, reescrevendo o produto do lado esquerdo da equação $(f(x) \cdot x)$ de maneira a obter uma razão:

$$f(x) \div \frac{1}{x} = q$$

onde fica fácil de ver que a constante de proporcionalidade q corresponde à razão entre a grandeza representada por $f(x)$ e **o inverso** da grandeza representada por $x(\frac{1}{x})$. Daí, dizemos que essas grandezas são inversamente proporcionais.

Podemos interpretar as condições acima dizendo que, ao dobrarmos o valor de G1, dividimos o valor associado de G2 por dois; ao triplicarmos o valor de G1, dividimos o valor associado de G2 por três, e assim por diante.

Se, por exemplo, formos dividir 15 barras de chocolate para um grupo de amigos, quanto maior for o número de amigos menor será a quantidade de chocolate de cada um, como podemos observar na tabela abaixo.

Número de amigos	**Número de barras de chocolate por amigo**
1	15
2	7,5
3	5

Tabela 1 - Exemplo de grandeza inversamente proporcional.

Nesse caso, as duas grandezas envolvidas são inversamente proporcionais, pois se o número de amigos dobra, o número de barras de chocolate a ser recebido por pessoa cai pela metade; se o número de amigos triplica, a quantidade de barras de chocolate a ser recebida por pessoa cai para um terço.

Importante

Dizer que o valor x de uma grandeza é inversamente proporcional ao valor y de outra grandeza, equivale a dizer que x é proporcional a , $\frac{1}{y}$ ou que y é proporcional a $\frac{1}{x}$.

Se liga!

Tanto na proporção direta quanto na inversa, a constante de proporcionalidade q pode ser obtida fazendo-se $x = 1$ na função $f(x)$. Por exemplo:

- Se $f(x) = 2 \cdot x$, para conhecermos q fazemos $f(1) = 2 \cdot 1 = 2 = q$. Daí temos que a constante de proporcionalidade de $f(x)$ é igual a 2.

- Se $f(x) = \frac{2}{x}$, teremos também $f(1) = \frac{2}{1} = 2 = q$. Mas cuidado! Em uma situação de proporcionalidade inversa, a maneira de usar a constante de proporcionalidade muda, pois q deve ser dividido pelo valor de x para definir o valor de $f(x)$.

Outra maneira de usar a constante de proporcionalidade inversa é usar a forma

$$f(x) \cdot x = y$$

ou seja, lembrar que o produto das grandezas representadas por x e $f(x)$ é constante (a constante de proporcionalidade q).

Atividade 01

Um grupo de amigos foi a uma loja de conveniência e comprou barras de chocolate que serão divididas igualmente entre eles. A quantidade de barras de chocolate compradas foi tal que, se o grupo fosse composto por cinco amigos, cada um ficaria com 4 barras de chocolate, ao passo que cada amigo ficaria com 2,5 barras de chocolate se o grupo fosse de oito amigos. Monte a equação que corresponde à proporção existente entre o número de amigos e ao número de barras de chocolate por amigo, deixando claro quanto vale a constante de proporcionalidade. Por fim, indique quantas barras de chocolate foram compradas pelo grupo de amigos.

Vídeo 02 - Dicas para Resolver Regra de Três

Regra de três simples

Você percebeu como as razões matemáticas aparecem naturalmente e frequentemente em nosso cotidiano? Identifique outras razões matemáticas comuns à sua rotina e anote-as. Para cada uma delas, indique a grandeza e unidade de medida do antecedente e do consequente.

Se duas grandezas se relacionam por meio de uma função de proporcionalidade f, dados os valores de três dos números x_1, y_1, x_2, y_2, onde $f(x_1) = y_1$ e $f(x_2) = y_2$, podemos utilizar a proporcionalidade para determinar o quarto valor. Esse método de resolução é conhecido como **regra de três**.

Regra de três direta

Quando as grandezas envolvidas são diretamente proporcionais, dizemos que temos um problema de **regra de três direta**. Nesse caso, temos a proporção $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}$, ou seja, y_1 está para x_1, assim como y_2 está para x_2. Com 3 desses valores conhecidos, para encontrar o quarto valor. Existem duas formas comuns e no fundo, bastante parecidas, de se resolver o problema da regra de três direta, descritas a seguir.

1. Como

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}$$

multiplicando ambos os termos da igualdade por $x1 \cdot x2$ (isso é o famoso procedimento matemático conhecido como “multiplicação os meios pelos extremos” ou “multiplicação em X), obtemos

$$y_1 \cdot x_2 = y_2 \cdot x_1$$

Se, por exemplo, x_1 é o termo desconhecido na proporção, então, isolando x_1, temos

$$x_1 = y_1 \cdot \frac{x_2}{y_2}$$

Finalmente, substituindo os valores conhecidos para x_2, y_1 e y_2, calculamos então o valor de x_1.

Observe que em um problema real onde se conhecem 3 dos valores da equação $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}$, o cálculo a ser feito é mais simples do que parece, já que nesse momento você poderá substituir os valores disponíveis, restando apenas uma incógnita a ser isolada.

2. No método chamado de *redução à unidade*, primeiro utilizamos a razão cujos termos conhecemos para encontrar a constante de proporcionalidade q. Em seguida, calculamos o antecedente (ou consequente) procurado a partir de q e de seu consequente (ou antecedente, respectivamente). Por exemplo, se x_1 é o termo desconhecido na proporção

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}$$

calculamos a constante de proporcionalidade

$$q = \frac{y_2}{x_2}$$

e, em seguida, a utilizamos na expressão

$$\frac{y_1}{x_1} = q$$

o que dá

$$y_1 = q \cdot x_1$$

e por fim,

$$x_1 = \frac{y_1}{q}$$

Exercício resolvido 1

Se você observar o Exercício resolvido 1, da Aula 1, foi o raciocínio de redução à unidade que usamos, só que, naquele caso, a constante de proporcionalidade não precisava ser calculada pois já era conhecida. Imagine, no entanto, que os dados do manual do carro estão muito desatualizados (o carro já está precisando de uma manutenção e o rendimento já não é o mesmo). O que você sabe é que em uma viagem semelhante você realizou um percurso de 250 km com 20 l de gasolina. Nesse caso, temos a proporção direta

$$\frac{distância\ (em\ km)}{combustível\ (em\ l)} = \frac{q\ km}{l}$$

onde esse q é o rendimento atual do carro.

Mostrar Solução

Resolvendo o problema pela técnica 1, descrita anteriormente, temos:

$$\frac{250}{20} = \frac{300}{n}$$

então,

$$n = \frac{300}{\frac{250}{20}} = 300 \cdot \frac{20}{250} = \frac{6000}{250} = 24l$$

ou

$$\frac{20}{250} = \frac{n}{300}$$

então,

$$n = 300 \cdot \frac{20}{250} = \frac{6000}{250} = 24l$$

Observe que tanto faz se colocamos a distância ou o combustível como antecedente, desde que sejamos coerentes nas duas razões.

Mostrar Solução pelo Método 2

E pela redução à unidade, considerando a constante de proporcionalidade que usamos normalmente para nosso problema, ou seja, o rendimento em km/l :

$$q = \frac{250}{20} = 12,5$$

então, o número de litros de gasolina de que você precisa é dado por

$$300 = 12,5 \cdot n$$

ou seja,

$$n = \frac{300}{12,5} = 24l$$

Regra de três inversa

Quando as grandezas envolvidas são inversamente proporcionais, temos um problema de **regra de três inversa**. Nessa situação, você deve utilizar a proporção $y_1 \cdot y_2 = x_1 \cdot x_2$ para calcular o termo procurado. O cálculo pode ser realizado seguindo uma das duas abordagens anteriores, de maneira bastante similar.

Alternativamente, dadas duas razões $\frac{y_1}{x_1}$ e $\frac{y_2}{x_2}$ e assumindo que as grandezas dos antecedentes (y_1 e y_2) é inversamente proporcional à grandeza dos consequentes (x_1 e x_2), a *regra de três inversa* pode ser substituída pela aplicação da *regra de três direta* sobre a proporção formada pela primeira razão e pelo inverso da segunda razão, ou seja, aplicação da regra de três direta sobre $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}$. Em nossos exemplos, daremos prioridade a essa forma, por julgarmos essa abordagem mais simples.

Exercício resolvido 2

Se 1 litro de combustível custa $R\$\ 2,50$, quanto gastaremos para encher um tanque com capacidade de 50 litros, supondo que o tanque se encontra inicialmente com 5 litros de combustível?

Mostrar Solução

Para solucionarmos esse problema, você precisa inicialmente conhecer as grandezas envolvidas e saber se elas são diretamente proporcionais. O problema envolve as grandezas volume e custo. Essas duas grandezas são diretamente proporcionais? Sim, elas são proporcionais, pois quanto maior o volume do tanque, maior o custo do abastecimento. Além disso, o custo do abastecimento varia de acordo com o volume de combustível abastecido. Portanto, podemos utilizar a *regra de três direta*.

Primeiro, monte uma tabela dispondo os valores de mesma grandeza em colunas distintas e mantendo os valores correspondentes de grandezas distintas em uma mesma linha:

Combustível abastecido (l)	Custo (R\$)
1	$2{,}5$
45	x

Utilizamos as setas para indicar se as grandezas são diretamente proporcionais (setas na mesma direção) ou inversamente proporcionais (setas em sentido contrário). Não importa a direção da primeira seta que você colocar (você pode iniciar com uma seta para cima ou para baixo), e sim a direção das outras em relação a esta. Nesse caso, as setas indicam que as grandezas são diretamente proporcionais (se a quantidade de combustível abastecido aumenta - de 1 pra 45 - o custo também aumenta), portanto, a tabela está preenchida corretamente e não precisa de inversão. Por fim, montaremos a proporção correspondente e resolveremos a regra de três direta:

$$\frac{1}{45} = \frac{2,5}{x} \Rightarrow 1 \cdot x = 45 \cdot 2,5 \Rightarrow x = 112,5$$

Logo, o custo total do abastecimento será de $R\$ \ 112,50$.

Exercício resolvido 3

Se o abastecimento do tanque custou $R\$ \ 112,50$ e você deve pagar 30% desse valor, quanto você irá desembolsar?

Mostrar Solução

Você deve ter percebido que esta é uma situação em que estamos novamente lidando com grandezas diretamente proporcionais, pois o valor a ser desembolsado aumenta à medida que porcentagem de desembolso a ser aplicada aumenta.

Como o valor $R\$ \ 112,50$ corresponde a 100% da despesa e você será responsável apenas por 30 desse custo, montamos a seguinte tabela de grandezas:

Valor $(\mathrm{R\$})$	Porcentagem $(\%)$
$112{,}50$	100
x	30

Mais uma vez, as setas indicam que a tabela está em ordem, pois as grandezas são diretamente proporcionais. Finalmente, montaremos a proporção e resolveremos a regra de três direta:

$$\frac{112,5}{x} = \frac{100}{30} \Rightarrow 112,5 \cdot 30 = x \cdot 100 \Rightarrow x = \frac{112,5 \cdot 30}{100} = 33,75$$

Logo, você irá desembolsar $R\$\ 33,75$ nesse abastecimento

Exercício resolvido 4

Um carro imprimindo uma velocidade média de $60 km/h$ faz o percurso entre duas cidades em duas horas. Se a sua velocidade média fosse de $80 km/h$, qual seria o tempo gasto para percorrer o mesmo trajeto?

▾ Mostrar Solução

Para solucionar esse problema, você deve inicialmente conhecer as grandezas envolvidas e saber se elas são diretamente ou inversamente proporcionais. O problema envolve as grandezas *velocidade média* e *tempo*. Quando a velocidade média do carro aumenta, o tempo para percorrer uma determinada distância diminui, portanto, as duas grandezas são inversamente proporcionais.

De acordo com os dados do problema, temos a seguinte tabela:

Velocidade média $(\mathrm{km/h})$	Tempo (h)
60	2
80	x

Iniciamos colocando uma seta para baixo em velocidade média. Como o tempo diminui com o aumento da velocidade, então colocaremos a seta do tempo na direção oposta da velocidade. As setas invertidas indicam que as grandezas são inversamente proporcionais, portanto, será necessário que se faça a inversão dos termos da segunda razão. Para efetuarmos o cálculo para achar o x, precisamos deixar as setas na mesma direção, invertendo os valores que estão com as setas em outra direção. Assim, temos:

Velocidade média $(\mathrm{km/h})$	Tempo (h)
60	x
80	2

Dessa forma, substituímos a regra de três inversa pela regra de três direta. Por fim, montaremos a proporção correspondente e resolveremos a regra de três direta:

$$\frac{60}{80} = \frac{x}{2} \Rightarrow 60 \cdot 2 = 80 \Rightarrow x = \frac{60 \cdot 2}{80} \Rightarrow x = 1,5$$

Logo, estimamos que o trajeto seria feito em uma hora e meia.

Exercício resolvido 5

Em uma montadora de carros, 6 operários precisam de 12 dias para produzir um lote de automóveis. Quantos operários são necessários para executar o mesmo trabalho em apenas 8 dias?

Mostrar Solução

Perceba que esta é uma situação em que estamos novamente lidando com grandezas inversamente proporcionais, pois quanto maior o número de operários trabalhando, menor será o tempo gasto por eles na produção.

Primeiro, montaremos uma tabela com os dados do problema:

Número de operários	Tempo (dias)
6	12
x	8

Novamente, será necessário que se faça a inversão dos termos da segunda razão. Fazendo a inversão, obtemos a nova tabela:

Número de operários	Tempo (dias)
6	8
x	12

Finalmente, montaremos a proporção correspondente e resolveremos a regra de três direta:

$$\frac{6}{x} = \frac{8}{12} \Rightarrow 6 \cdot 12 = x \cdot 8 \Rightarrow x = \frac{6 \cdot 12}{8} \Rightarrow x = 9$$

Logo, para produzir o mesmo lote de carros em 8 dias, serão necessários 9 operários.

Atividade 02

No Brasil, o rendimento de um carro é normalmente apresentado como x km/l, mas essa maneira de apresentar o rendimento não é a única. Na França, por exemplo, usa-se a indicação de quantos litros são necessários para percorrer 100 km como medida. Ou seja, ao invés de medir o rendimento, mede-se o consumo de combustível do carro. Imagine que sua família conhece um estrangeiro que está aqui no Brasil e quer comprar um carro, mas está habituado com a convenção francesa. Você deve ajudá-lo a pensar sob a forma de rendimento e não mais de consumo. As primeiras perguntas a responder para explicar a ele como comparar carros diferentes é saber:

1. Quanto maior o rendimento (razão usada no Brasil) é também maior o consumo (razão usada na França)? Explique.
2. Há uma relação de proporcionalidade entre o rendimento e o consumo de um carro? Se há, ela é direta ou inversa?
3. Agora imagine que você tem alguns carros a comparar quanto à economia de combustível. Qual carro é mais econômico nas situações abaixo?
    1. O carro A que faz 15 km/l ou o carro B que faz 12 km/l?
    2. O carro C que consome 10 l/100 km ou o carro D que consome 15 l/100 km?
    3. Coloque em ordem crescente de economia de combustível os carros A, B, C e D.

Para pensar:

Por que não faz sentido no caso de um consumo de 10 l / 100 km dizer que o consumo é de 10%?

Vídeo 03 - Porcentagens

Regra de três composta

Até agora vimos como calcular valores de uma grandeza $G1$ em função do valor de outra grandeza $G2$ a qual $G1$ é diretamente ou inversamente proporcional. É comum, no entanto, que o valor de uma grandeza não dependa de apenas uma outra, mas sim de várias outras. Considere, por exemplo, o problema a seguir.

Problema 1:

Com um quadro de 20 funcionários, cada qual trabalhando 6 horas por dia, uma determinada fábrica produz 450 unidades diárias de um produto. Quantos funcionários serão necessários para produzir o dobro de produtos se a carga horária diária aumentar para 8 horas?

Nesse problema, sabemos que a produção da fábrica ($G1$) depende do número de funcionários ($G2$) e do número de horas de trabalho diárias ($G3$) de cada funcionário, ou seja, de duas grandezas diferentes. Sabemos também que (pelo menos em teoria) quanto mais funcionários trabalharem, maior deve ser a produção da fábrica e quanto mais horas cada um trabalhar, também maior deve ser essa produção. Ou seja, a produção parece ser diretamente proporcional ao número de funcionários e diretamente proporcional ao número de horas diárias de trabalho. Mas, o que queremos saber é o número de funcionários necessários para atender o problema. Então, pense bem:

Se mantivermos o número de produtos e aumentarmos a carga horária dos funcionários, serão necessários mais ou menos funcionários?

De novo, existem 2 maneiras diferentes de resolver o problema, mas, antes de apresentá-las, vamos ver as definições que mostram que podemos efetivamente chamar essas grandezas de diretamente (ou inversamente) proporcionais, mesmo que aumentar uma delas não implique sempre em aumentar (ou diminuir, respectivamente) a outra, por causa das outras grandezas envolvidas.

Se liga!

Se o valor de uma grandeza G depende do valor de outras grandezas ($G1$ a Gn), dizemos que G é **diretamente proporcional** a $G1$ se, ao fixarmos os valores das outras grandezas relacionadas, temos uma proporção direta entre G e $G1$:

$$f(x) = q \cdot x$$

Nesse caso, a constante de proporcionalidade depende do valor correspondente a todas as outras grandezas $G2$ a Gn. Ou seja, para cada combinação de valores para $G2$ a Gn temos uma constante de proporcionalidade específica para aquela combinação.

Se liga!

Se o valor de uma grandeza G depende do valor de outras grandezas ($G1$ a Gn), dizemos que G é inversamente proporcional a $G1$ se, ao fixarmos os valores das outras grandezas relacionadas, temos uma proporção inversa entre G e $G1$:

$$f(x) = \frac{q}{x}$$

ou

$$f(x) \cdot x = q$$

Como na proporção direta, para cada combinação de valores para G2 a Gn temos uma constante de proporcionalidade específica para aquela combinação.

Voltemos agora ao nosso problema da fábrica (Problema 1: Com um quadro de 20 funcionários, cada qual trabalhando 6 horas por dia, uma determinada fábrica produz 450 unidades diárias de um produto. Quantos funcionários serão necessários para produzir o dobro de produtos se a carga horária diária aumentar para 8 horas?) e vejamos as duas maneiras que podemos usar para resolvê-lo.

Mostrar Solução

Maneira 1: Nessa técnica, que corresponde à técnica de redução à unidade, reduzimos um problema de regra de três composta em vários passos de regra de três simples.

Primeiro podemos calcular a produção de um funcionário em uma hora. Se 20 funcionários em $6h$ produzem 450 produtos, podemos ver que 1 funcionário, no mesmo tempo, deve produzir $450/20$

produtos. Isso pode ser visto através de uma regra de três direta, dado que quanto menor o número de funcionários, menor o número de produtos:

$$\frac{20}{1} = \frac{450}{n}$$

$$20 \cdot n = 450$$

$$n = \frac{450}{20} = 22,5\, produtos$$

Então sabemos que cada funcionário produz, em média, $22,5$ produtos em 6 horas. Para saber quantos ele produz em 1 hora, faremos nova regra de três direta (pois quanto menos horas, menos produtos serão produzidos).

$$\frac{22,5}{6} = \frac{n}{1}$$

$$n = 3,76\, produtos$$

Se pensarmos que a grandeza a ser usada como referência para calcular a produção da fábrica é uma hora de um funcionário (que aliás é uma unidade que não pertence ao SI (Sistema Internacional de Unidades), mas é muito usada e conhecida pelo nome de homem-hora), temos agora uma proporção direta entre essa nova grandeza e a produção que nos permite usar uma regra de três simples e $3,75$ é a nossa constante de proporcionalidade:

$$\frac{1}{3,75} = \frac{x}{900}$$

$$x = \frac{900}{3,75} = 240\, produtos$$

Isso significa que precisamos de 240 horas de trabalho a serem divididas entre os n funcionários de que a fábrica precisa para produzir os 900 produtos. Então, temos:

Maneira 2

Maneira 2: Nessa resolução utilizamos a técnica de regra de três composta para resolver o problema (Problema 1: Com um quadro de 20 funcionários, cada qual trabalhando 6 horas por dia, uma determinada fábrica produz 450 unidades diárias de um produto. Quantos funcionários serão necessários para produzir o dobro de produtos se a carga horária diária aumentar para 8 horas?) mais rapidamente.

▼ Mostrar Solução

Você deve começar a resolver o problema montando a tabela de grandezas, colocando em cada coluna os valores de cada grandeza e, em cada linha, os valores das grandezas diferentes que têm relação entre si:

Número de funcionários	Carga horária	Quantidade de produtos
20	6	450
x	8	900

Em seguida, você deve definir se a carga horária e a quantidade de produtos são diretamente ou inversamente proporcionais ao número de funcionários, a grandeza da incógnita x. Por convenção, colocaremos uma seta para baixo em número de funcionários. Se aumentarmos o número de funcionários, mantendo a quantidade de produtos, precisaremos de uma carga horária menor (então, colocaremos uma seta contrária ao número de funcionários). Por outro lado, se aumentarmos o número de funcionários, mantendo a carga horária, teremos uma quantidade de produtos maior (então, colocaremos uma seta na mesma direção do número de funcionários). Portanto, a carga horária e a quantidade de produtos são inversamente e diretamente proporcionais ao número de funcionários, respectivamente. Os sentidos das setas na tabela seguinte indicam a proporcionalidade entre as grandezas:

Número de funciorários	Carga horária	Quantidade de Produtos
↓ 20	6 ↑	450 ↓
x	8	900

Finalmente, você montará a proporção correspondente, lembrando de inverter as razões correspondentes às grandezas inversamente proporcionais ao número de funcionários:

$$\frac{20}{x} = \frac{8}{6} \cdot \frac{450}{900} \Rightarrow \frac{20}{x} = \frac{8 \cdot 450}{6 \cdot 900} \Rightarrow x = \frac{20 \cdot 6 \cdot 900}{8 \cdot 450} = 30$$

Logo, a fábrica precisará de 30 funcionários para atingir a produção desejada em 8 horas diárias de trabalho.

Vídeo 04 - Dicas para Resolver Regra de Três

Se liga!

Quando estamos trabalhando com mais de 2 proporções, para definirmos se uma proporção é inversamente ou diretamente proporcional à proporção da incógnita, precisamos considerar que as demais proporções são valores constantes. No caso do Exercício resolvido 5, para sabermos se a carga horária era inversamente proporcional, consideramos que a quantidade de produtos manteve-se a mesma.

Exercício resolvido 6

Para esvaziar $700m^3$ de água de um compartimento com 3 ralos abertos durante 4 horas por dia foi preciso 7 dias. Quantos dias seriam necessários para esvaziar $500m^3$ de água desse compartimento com 5 ralos abertos durante 2 horas por dia?

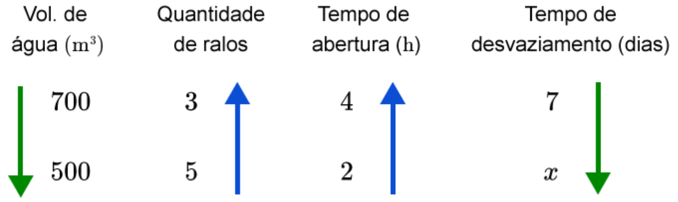
Mostrar Solução

Veja que este problema envolve quatro grandezas, a capacidade do compartimento, a quantidade de *ralos*, o *período em que eles permanecem abertos diariamente* e a *quantidade de dias para o esvaziamento*, indicando a necessidade do uso da regra de três composta. Comece a resolver o problema montando a tabela de grandezas:

Vol. de	**Quantidade**	**Tempo de**	**Tempo de**

água (m^3)	de ralos	abertura (h)	esvaziamento (dias)
700	3	4	7
500	5	2	x

Em seguida, você deve definir se as demais grandezas são diretamente ou inversamente proporcionais ao tempo de esvaziamento, a grandeza da incógnita x. Se aumentarmos o volume de água no compartimento, mantendo a quantidade de ralos e o tempo de sua abertura, precisaremos de um tempo maior para escoá-la. Por outro lado, se aumentarmos a quantidade de ralos e/ou o tempo de abertura deles, mantendo o volume de água, iremos diminuir o tempo necessário para esvaziar o compartimento. Portanto, o volume é diretamente proporcional ao tempo de esvaziamento, enquanto a quantidade de ralos e o tempo de abertura são *inversamente* proporcionais ao tempo necessário para a operação de esvaziamento. Os sentidos das setas na tabela seguinte indicam a proporcionalidade entre as grandezas:



Finalmente, montaremos a proporção correspondente, lembrando de inverter as razões correspondentes às grandezas inversamente proporcionais ao tempo de esvaziamento:

$$\frac{7}{x} = \frac{700}{500} \cdot \frac{5}{3} \cdot \frac{2}{4} \Rightarrow \frac{7}{x} = \frac{700 \cdot 5 \cdot 2}{500 \cdot 3 \cdot 4} \Rightarrow x = \frac{7 \cdot 500 \cdot 3 \cdot 4}{700 \cdot 5 \cdot 2} = 6$$

Logo, serão precisos 6 dias para que 5 ralos, abertos 2 horas por dia, possam esvaziar $500m^3$ de água do reservatório.

Vídeo 05 - Regra de Três Composta

Atividade 03

Em 8 horas, 20 caminhões descarregam $160m^3$ de areia. Em 5 horas, quantos caminhões serão necessários para descarregar $125m^3$?

Vídeo 06 - Atividade 03

Leitura Complementar

Para complementar seu estudo sobre proporcionalidade e regra de três, consulte estas fontes:

- HISTÓRIA da Matemática: regra de três. Disponível em: http://www.malhatlantica.pt/mathis/regras/Tres/Tres.htm. Acesso em: 1 fev. 2010.

  Nesta página, você vai descobrir um pouco sobre a história da regra de três.

- MATEMÁTICA essencial: fundamental: aplicações das razões e proporções. Disponível em: http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/fundam/razoes/razoes-aplic.htm. Acesso em: 1 fev. 2010.

Resumo

Nesta aula, você aumentou seus conhecimentos sobre as proporções e aprendeu como relacionar as variáveis de um problema para definir proporções. Você também viu que as proporções devem ser definidas com atenção, após analisar a relação de proporcionalidade entre as grandezas envolvidas. Definida a proporção, utilizamos a regra de três para achar o valor das incógnitas do problema. Vimos também que, dependendo da complexidade do problema a resolver, usamos esse tipo de raciocínio sem perceber, quando, por exemplo, multiplicamos o preço de um litro de gasolina pelo número de litros de que precisamos. No entanto, quando o problema é mais complexo, envolvendo diversas grandezas direta e indiretamente proporcionais, o uso da ferramenta adequada, a regra de três composta, simplifica bastante o raciocínio e os cálculos a serem desenvolvidos. Dessa forma, ganhamos uma importante ferramenta para a resolução de problemas práticos encontrados no dia a dia e, consequentemente, na rotina de um programador.

Autoavaliação

1. Refaça os exemplos e os exercícios resolvidos desta aula. Use as soluções escondidas somente se encontrar alguma dificuldade ao produzir sua própria solução.

2. Com uma área de absorção de raios solares de $1,2\ m^2$, um painel gerador de energia solar consegue produzir 400 joules de energia em uma hora. Aumentando-se essa área para $1,5\ m^2$, qual será a energia produzida no mesmo período de tempo, sabendo que a energia produzida é proporcional à área do painel?

   ________ joules

3. Se uma vela de 36 cm de altura diminui 1,8 cm por minuto, quanto tempo levará para se consumir?

   ________ minutos

4. Rodolfo, quando viajou para a praia, levou 4 horas para chegar até seu destino. Durante a viagem, a velocidade média do carro foi de 60 km/h. Quanto tempo ele levaria se viajasse a 90 km/h?

   ________ horas e ________ minutos

5. Uma equipe composta de 15 homens extrai, em 30 dias, $3,6$ toneladas de carvão. Se for aumentada para 20 homens, em quantos dias conseguirão extrair $5,6$ toneladas de carvão?

   ________ dias

6. Vinte operários, trabalhando 8 horas por dia, gastam 18 dias para construir um muro de $300m$. Quanto tempo levará uma turma de 16 operários, trabalhando 9 horas por dia para construir um muro de $225m$?

dias

Referências

GLAZER, E. M.; MCCONNELL, J. W. **Real-life math, everyday use of mathematical concepts**. Westport: Greenwood Press, 2002.

LIMA, E. L. et al. **Temas e problemas elementares**. Rio de Janeiro: SBM, 2005.