Matemática Aplicada a jogos

Aula 01 - Coordenadas Cartesianas e distância entre dois pontos: A Matemática das localizações

Apresentação

Para enfatizar a importância dos conteúdos que serão estudados nessa aula iniciaremos destacando algumas situações cotidianas em que é necessário identificar um local a partir de informações numéricas. Destacaremos uma tecnologia de localização e também alguns jogos em que são necessárias orientações de posição. A partir do uso de sistemas de localização do cotidiano vamos conhecer a matemática que dá suporte para o desenvolvimento dessas e outras aplicações e, em especial, o desenvolvimento de jogos digitais.

Imagine que para certo jogo são necessários um personagem e um cenário com alguns objetos. Como e onde posicionar esse personagem? Que movimentos ele poderá fazer? Qual a posição ideal para que um movimento seja realizado e certo objetivo seja alcançado? Os conteúdos desta disciplina irão ajudar a responder esses questionamentos, ou melhor, descrever o que é necessário para executar tais tarefas. Atrelado a esses e outros questionamentos relacionados à aplicação da Matemática nos jogos, essa aula contemplará os seguintes conteúdos: Coordenadas na reta, Coordenadas no plano, Triângulos e Teorema de Pitágoras.

Objetivos

Ao final desta aula você deverá ser capaz de:

- Compreender a necessidade de localizar-se com exatidão a partir de informações numéricas;
- Conhecer algumas tecnologias de localização;
- Representar a localização de objetos através de pontos no plano cartesiano;
- Expressar matematicamente distâncias entre objetos;
- Perceber a importância da aplicação desse conhecimento na criação de jogos digitais.

1. Os números e a localização

1.1. Localizando-se no dia a dia

Localizar significa indicar o lugar onde alguém ou algo se encontra. Para nos localizarmos no dia a dia, geralmente, usamos pontos de referência. Se alguém pergunta onde fica o prédio do Instituto Metrópole Digital, por exemplo, você pode responder dizendo que ele fica ao lado da residência universitária do Campus Central da UFRN. Mas, imagine que essa pergunta tenha sido feita por alguém que não conhece o campus. Essa informação seria útil a alguém que não conhece a universidade?

Nesse caso, se a pessoa deseja chegar até o prédio do Instituto Metrópole Digital, você precisa **orientá-la** dizendo o caminho que ela deveria seguir a partir de onde ela se encontra. Indicar um ponto de referência não seria suficiente.

Alguém que quer chegar a um lugar onde nunca foi pode utilizar o sistema de localização chamado de GPS. Mas o que é o GPS? A sigla representa o termo *Global Positioning System* que quer dizer Sistema de Posicionamento Global. Trata-se de um sistema composto por uma constelação de satélites. Para que haja precisão na localização de uma pessoa ou objeto, é necessário que três ou mais desses satélites possam receber e enviar informações a um aparelho receptor, que pode ser um *smartphone* que tenha essa tecnologia ou um aparelhinho que carrega o mesmo nome do sistema: o GPS. O aparelho receptor calcula a distância a que se encontra de cada um desses satélites e assim é capaz de determinar a localização com precisão de metros.

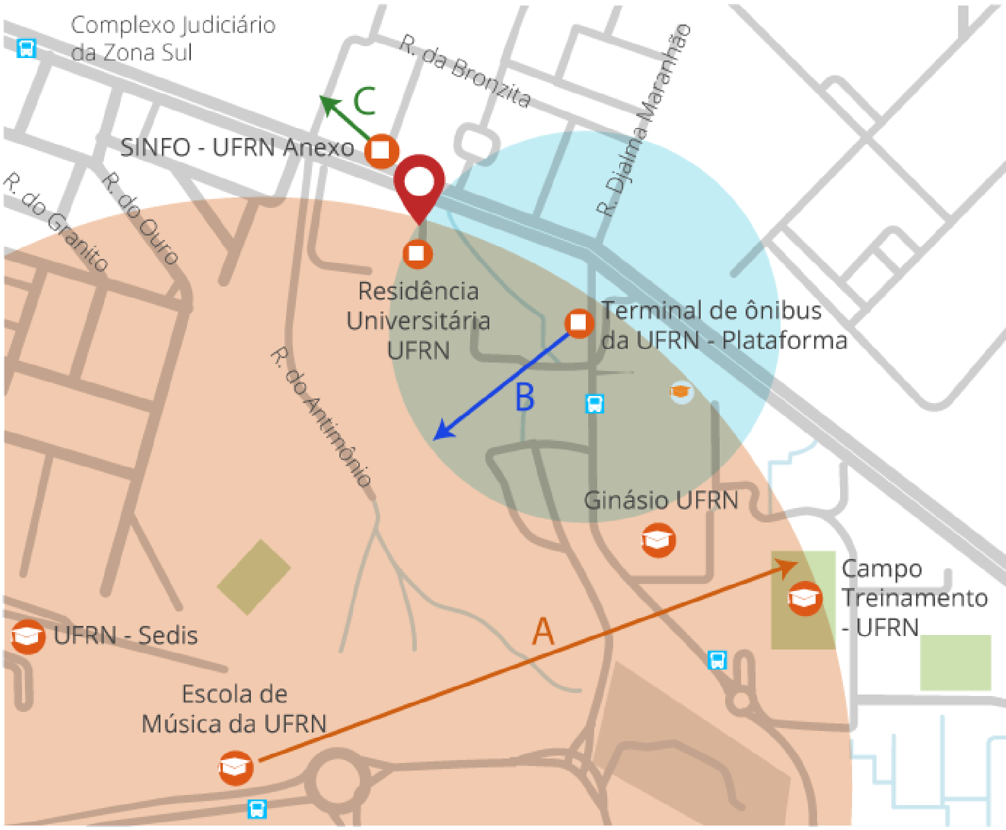

Complexo Judiciário
da Zona Sul
R. da Bronzita
R. Djalma Maranhão
SINFO - UFRN Anexo
R. do Granito
R. do Ouro
Residência
Universitária
UFRN
Terminal de ônibus
da UFRN - Plataforma
R. do Antimônio
Ginásio UFRN
Campo
Treinamento
- UFRN
UFRN - Sedis
Escola de
Música da UFRN


Complexo Judiciário
da Zona Sul
R. da Bronzita
R. Djalma Maranhão
SINFO - UFRN Anexo
R. do Granito
R. do Ouro
Residência
Universitária
UFRN
Terminal de ônibus
da UFRN - Plataforma
R. do Antimônio
Ginásio UFRN
Campo
Treinamento
- UFRN
A
UFRN - Sedis
Escola de
Música da UFRN


Complexo Judiciário
da Zona Sul
R. da Bronzita
R. Djalma Maranhão
SINFO - UFRN Anexo
R. do Granito
R. do Ouro
Residência
Universitária
UFRN
Terminal de ônibus
da UFRN - Plataforma
R. do Antimônio
Ginásio UFRN
Campo
Treinamento
- UFRN
A
UFRN - Sedis
Escola de
Música da UFRN


Complexo Judiciário
da Zona Sul
R. da Bronzita
R. Djalma Maranhão
SINFO - UFRN Anexo
R. do Granito
R. do Ouro
Residência
Universitária
UFRN
Terminal de ônibus
da UFRN - Plataforma
B
R. do Antimônio
Ginásio UFRN
Campo
Treinamento
- UFRN
A
UFRN - Sedis
Escola de
Música da UFRN


Complexo Judiciário
da Zona Sul
R. da Bronzita
R. Djalma Maranhão
SINFO - UFRN Anexo
R. do Granito
R. do Ouro
Residência
Universitária
UFRN
Terminal de ônibus
da UFRN - Plataforma
R. do Antimônio
B
Ginásio UFRN
Campo
Treinamento
- UFRN
A
UFRN - Sedis
Escola de
Música da UFRN


Complexo Judiciário
da Zona Sul
R. da Bronzita
C
R. Djalma Maranhão
SINFO - UFRN Anexo
R. do Granito
R. do Ouro
Residência
Universitária
UFRN
Terminal de ônibus
da UFRN - Plataforma
R. do Antimônio
B
Ginásio UFRN
Campo
Treinamento
- UFRN
A
UFRN - Sedis
Escola de
Música da UFRN

O ponto azul é a localização do IMD, que está a uma distância a da Escola de Música, uma distância b do Terminal de Ônibus da UFRN e a uma distância c do Anexo da SINFO – UFRN. O Único ponto que se encontra a essas distâncias dos três pontos de referência é o ponto de interseção das três circunferências. E assim é possível encontrar o IMD!

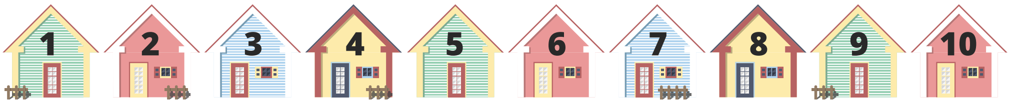
Com o GPS funciona da mesma forma mas os pontos de referência são os próprios satélites.

A finalidade do exemplo do GPS é que você perceba a importância das orientações de localização e que existem conhecimentos matemáticos por trás dessa e de outras tecnologias.

Para continuar nosso estudo vamos a mais um exemplo do nosso cotidiano. Imagine que você precisa ir a um evento em um lugar onde nunca foi. Partindo da sua casa, que chamaremos de ponto de origem, naturalmente podemos pensar em algumas maneiras de descrever onde fica esse local.

Sabendo onde fica a rua do destino será fácil encontrá-lo. Basta imaginar que essa rua é uma reta enumerada e que cada casa/imóvel está relacionada a um número da reta.

Figura 01



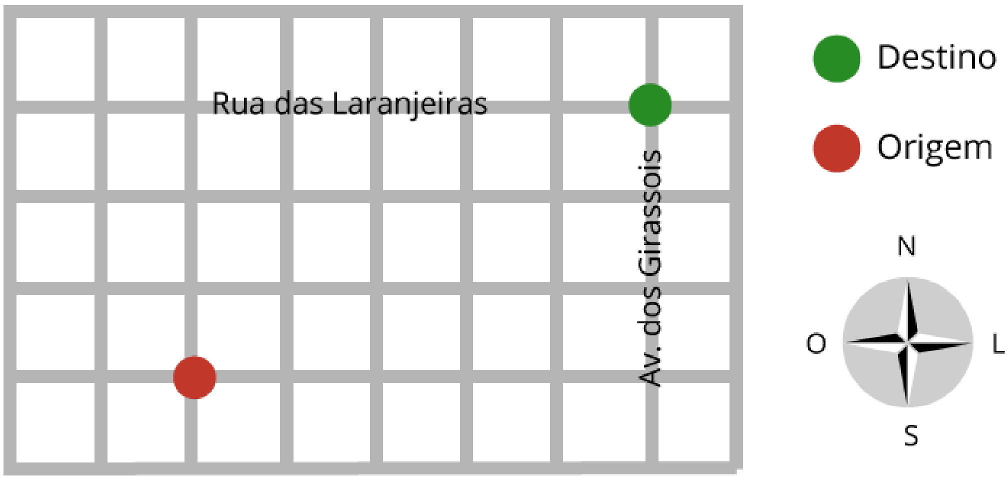
A menos que essa rua seja muito extensa, o que pode fazer com que você perca muito tempo procurando o local exato do evento.

Figura 02

Para restringir o espaço da procura, podemos adicionar uma informação: o cruzamento mais próximo do local do evento, por exemplo. Dessa forma, ao invés de procurar na rua inteira você restringiria sua busca à vizinhança daquele cruzamento.

Se o nosso ponto de origem e destino fossem os representados na figura abaixo, por exemplo, na primeira abordagem diríamos que o evento será na Rua das Laranjeiras. Na segunda abordagem diríamos que o local do evento fica no cruzamento da Rua das Laranjeiras com a Av. dos Girassóis e assim fica muito fácil encontrar o local exato.

Figura 03



Mas se você não souber onde fica a Rua das Laranjeiras nem a Av. dos Girassóis as dicas acima não farão o menor sentido. Será necessário que alguém o ensine a chegar até aquela rua a partir de um ponto de origem que você conheça.

Para sair, por exemplo, do ponto de origem ao destino na figura representada acima, podemos dar as orientações a seguir:

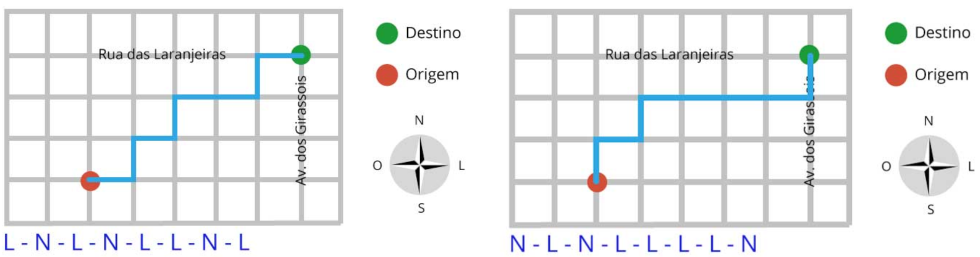
- Siga em direção ao Norte;
- Cruze duas ruas entrando à direita na terceira.
- Siga em direção ao Leste;
- Cruze quatro ruas. Seu destino encontra-se no quinto cruzamento.

Outra maneira de dar as instruções seria a seguinte:

- Siga em direção ao Leste;
- Cruze quatro ruas, entrando à esquerda na quinta;
- Siga em direção ao Norte;
- Cruze duas ruas. Seu destino encontra-se no terceiro cruzamento.

Se fizermos disso um jogo no qual o deslocamento entre duas ruas na direção Leste fosse um L e na direção Norte um N, qualquer combinação entre cinco L e três N nos levariam ao nosso destino. A figura abaixo mostra duas das combinações possíveis (diferentes das possibilidades dadas acima) para chegar ao destino com esses comandos:

Figura 04



Essa forma de indicar o local do evento traz algumas particularidades. Se trocarmos a ordem da instrução (como fizemos) ainda seremos capazes de chegar ao destino. Basta que o *sentido* e as *unidades de medida* sejam respeitados. No nosso exemplo as unidades de medida são as ruas e avenidas cruzadas e os sentidos são “em direção ao Norte” e “em direção ao Leste”.

Com as informações acima é possível criar um código para expressar de maneira sucinta a posição do destino com relação ao ponto de partida. Poderíamos codificar a informação dizendo que o destino se encontra na posição 5-Leste/3-Norte, por exemplo. Ou mesmo ao contrário: 3-Norte/5-Leste.

Podemos dizer que nosso pequeno mapa é um espaço orientado por esses sentidos de deslocamento.

Vistos dessa forma, no nosso dia a dia essa localização pode parecer difícil de descrever matematicamente. Pensando em formalizar isso, o filósofo e matemático francês René Descartes propôs uma maneira de localizar objetos em um espaço orientado.

A proposta de Descartes para descrever objetos e sua localização muito se assemelha ao exemplo anterior onde a partir do mapa das ruas foi possível localizar o local do evento. Para indicar a localização de pontos (e conjuntos de pontos) usaremos um mapa, um espaço orientado, chamado de Plano Cartesiano que introduziremos a seguir.

1.2. Jogos e orientações numéricas

Você conhece um jogo chamado “batalha naval”? Nesse jogo a localização de objetos em um espaço orientado é crucial. O convido a jogar uma partida para perceber do que estamos falando!

Conteúdo interativo, acesse o Material Didático.

No jogo acima, ao passar o mouse em um dos pequenos quadrados que formam o tabuleiro podemos observar uma informação contendo entre parênteses dois números separados por vírgula. O primeiro número corresponde à coluna em que se encontra o quadrado e o segundo é correspondente à linha. Essas informações indicam a localização do quadrado e são chamadas de *coordenadas*.

2. Coordenadas na reta

Imagine que a Rua das Laranjeiras do exemplo anterior tivesse infinitas casas entre a casa nº 1 e a casa nº2. Bem no meio do caminho entre essas duas casas estaria a nº 1,5. Entre esta e a casa nº2 estaria a nº 1,75.

Figura 05

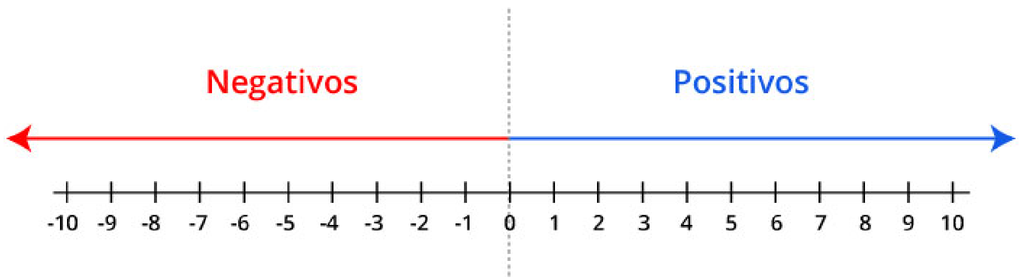
Continuando esse raciocínio podemos enumerar infinitas casas entre a primeira e a segunda daquela rua. O mesmo podemos fazer entre quaisquer duas casas consecutivas. A rua, então, representa a reta numérica (que definimos a seguir) e cada casa um número real.

A reta é um objeto geométrico composto por infinitos pontos. Quando associamos a cada um desses pontos um número real temos uma reta chamada de reta numérica.

Para nos orientarmos na reta é necessário que haja uma origem, à qual atribuímos o valor zero. Ao posicionarmos um ponto sobre a reta numérica é possível indicar a sua exata localização através de um número real, que representa de qual dos lados da origem ele se encontra e a que distância. Esse número é chamado de abscissa.

Uma abscissa de valor positivo indica que o ponto correspondente se encontra à direita da origem. Já uma abscissa de valor negativo indica que o ponto correspondente está localizado à esquerda da origem.

Figura 06



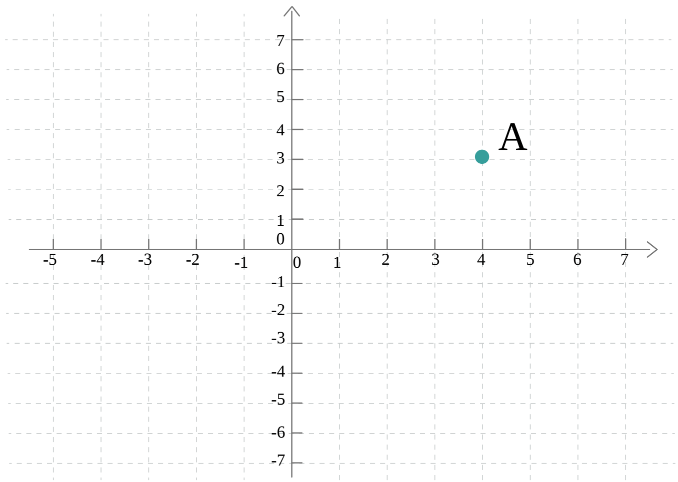
No contexto da Rua das Laranjeiras a origem da reta estaria posicionada do lado esquerdo da casa de número 1.

Figura 07

3. Coordenadas no plano

Vimos anteriormente que para localizar um ponto em uma reta indicamos a abscissa, ou seja, o número correspondente à sua localização. Só é possível descrever a posição do ponto com um único número porque o espaço orientado em questão é uma reta. Então para descrever a posição do ponto basta sua distância com relação à origem e o posicionamento na mesma (dado pelo sinal). Agora, observe a imagem a seguir:

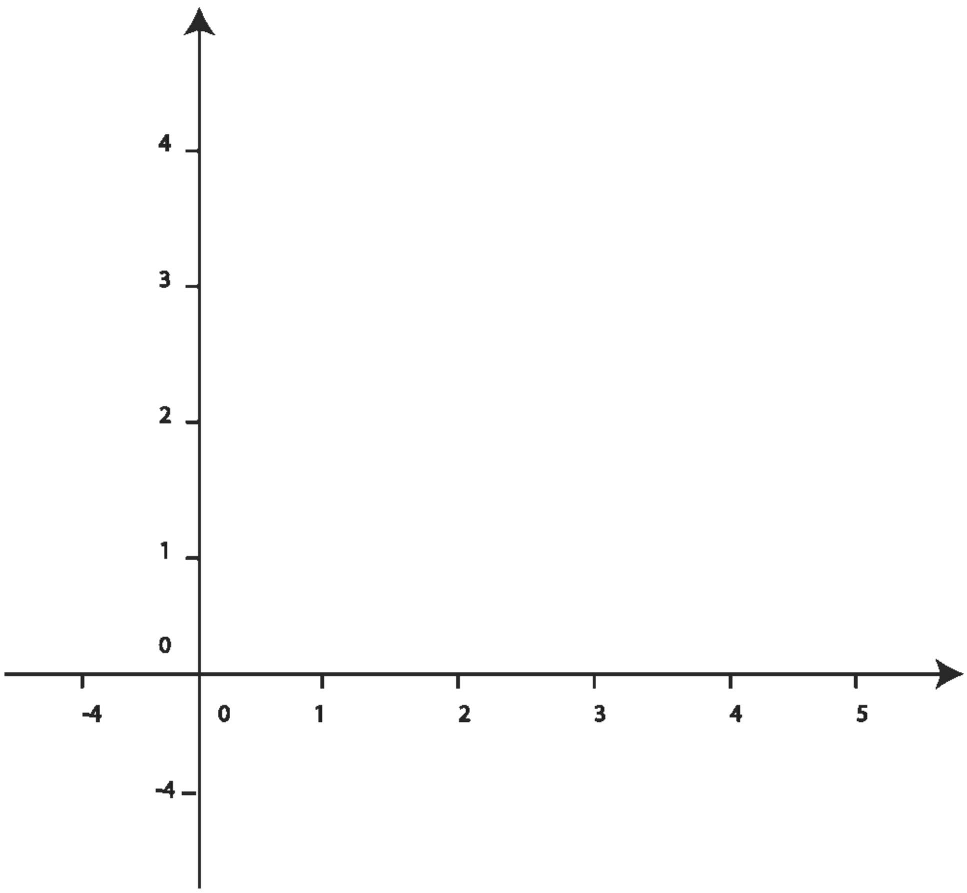
Figura 08



Seria possível indicar a localização exata do ponto A utilizando apenas um número como fizemos na localização na reta?

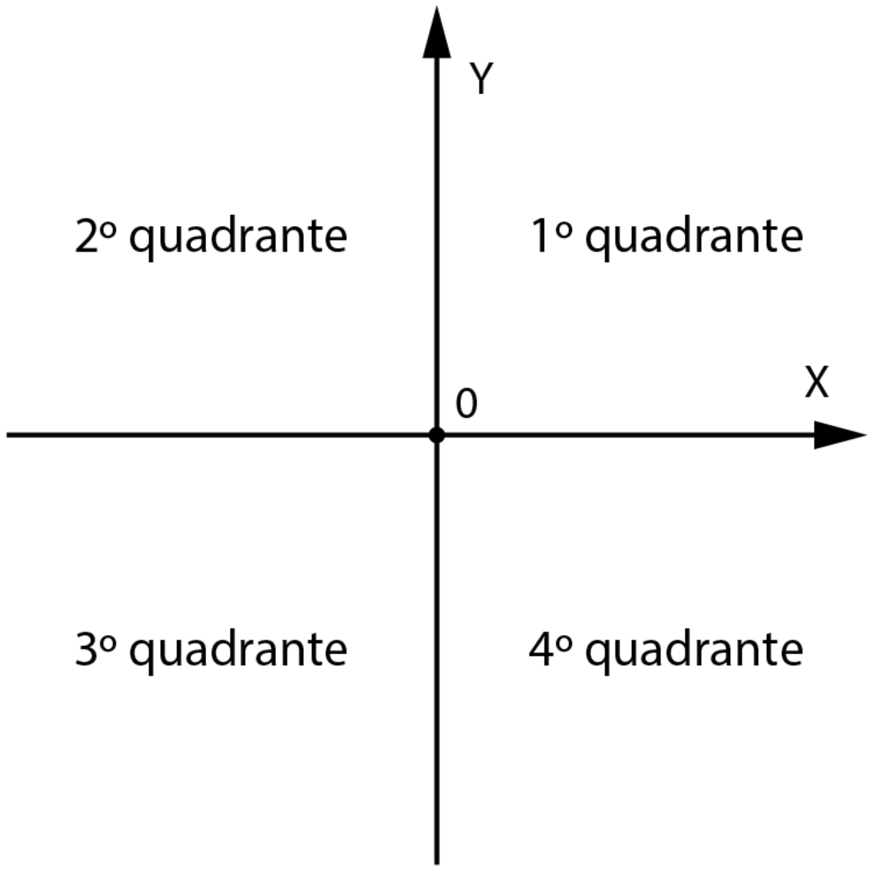
Perceba que na figura existem duas retas numéricas que se cruzam em suas origens e que não é possível descrever a posição de A com apenas um número. Assim como no jogo “batalha naval” precisamos indicar a localização do ponto através da coordenada, mas nesse caso a coordenada está em um plano e por isso precisamos de duas informações: a localização horizontal e a localização vertical.

Esse plano formado por essas duas retas numéricas que se cruzam no zero recebe o nome de plano cartesiano ou sistema de coordenadas cartesianas. Para indicar a localização de um objeto nesse plano precisamos de dois números, que devem ser apresentados de forma ordenada. O primeiro número, que chamamos de abscissa, indicando a localização horizontal e o segundo, a ordenada, indicando a localização vertical. Por exemplo, o ponto A mostrado na figura tem sua localização indicada pelos números 4, sua posição referente à reta horizontal, e 3, sua posição referente à reta vertical. Esse par de números se chama par ordenado deve ser indicado da seguinte forma: (4,3).



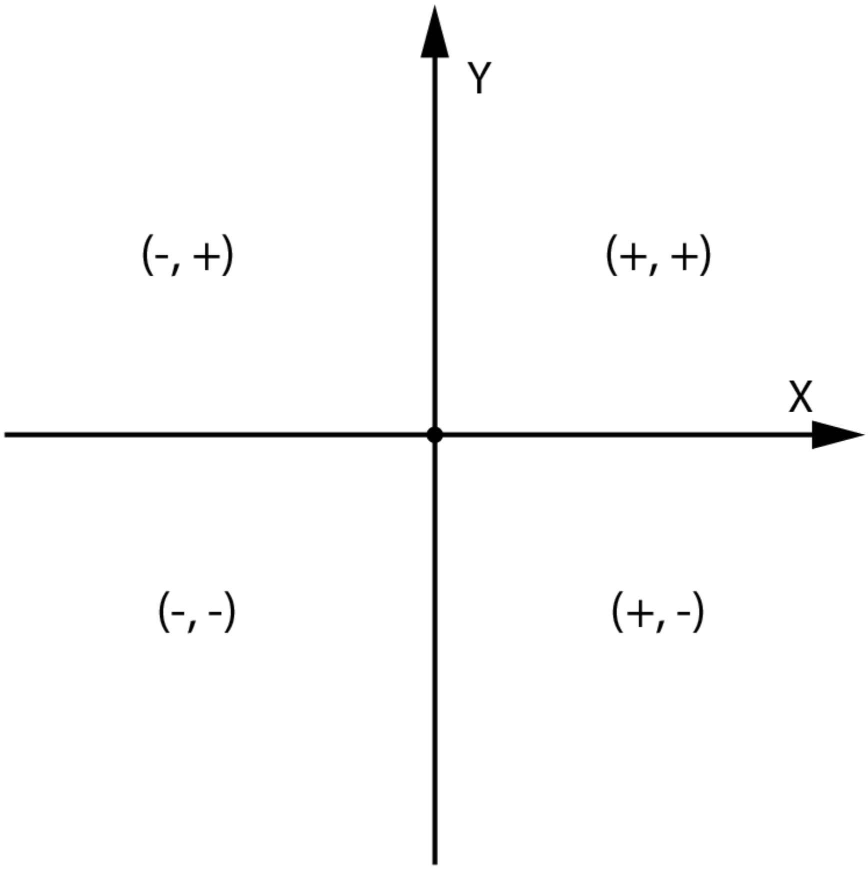
Quadrantes do plano cartesiano

Note que as duas retas, às quais no referiremos como eixos ordenados, dividem o plano cartesiano em quatro partes. Chamamos essas partes de quadrantes e os enumeramos conforme a imagem abaixo:



Os pontos de cada quadrante tem características semelhantes. No primeiro quadrante todos os pontos têm abscissas e ordenadas positivas. No segundo quadrante ficam os ponto com abscissas negativas e ordenadas positivas. No terceiro quadrante estão todos os ponto que têm abscissas e ordenada negativas. Já os pontos com abscissa positiva e ordenada negativa ficam no quarto quadrante.

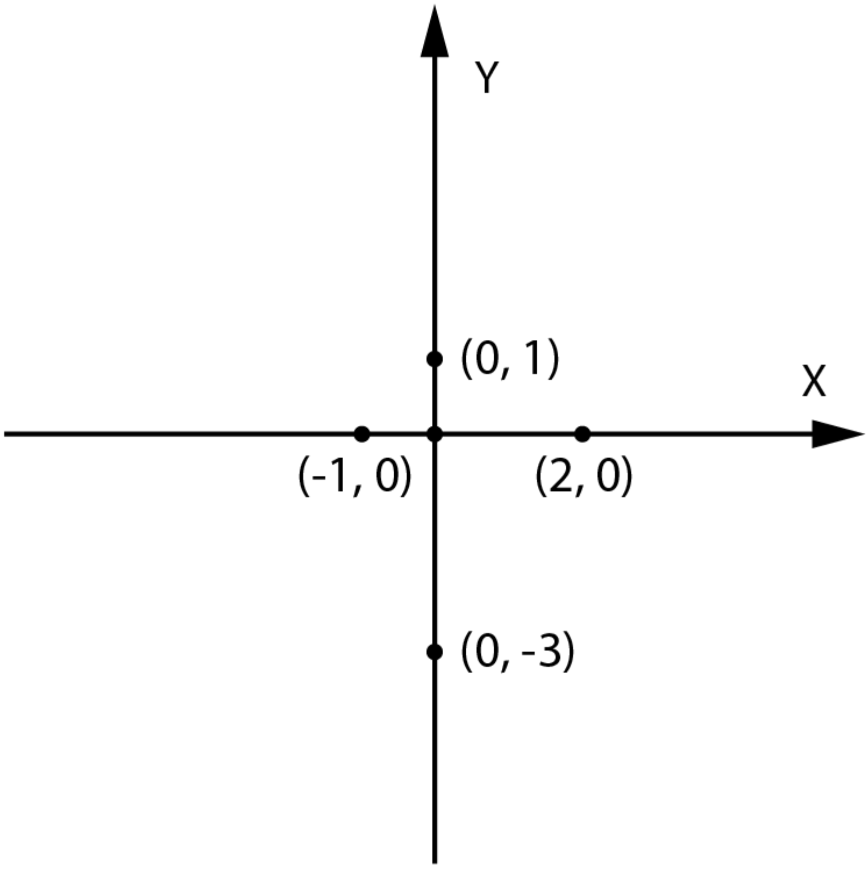
Veja o esquema abaixo:



Conhecer a característica que representa cada um dos quatro quadrantes do plano cartesiano é fundamental para a compreensão da localização de objetos nesse espaço.

Mas será que todos os pontos do plano se encaixam em um dos quadrantes? A resposta é NÂO! Alguns pontos do plano apresentam abscissa ou ordenada igual a zero. Esses pontos se localizam sobre os eixos ordenados.

Para verificar essa informação basta notar onde se localizam os pontos (-1, 0), (0, 1), (2, 0) e (0, -3) na figura abaixo:



Como exercício, descreva qual a regra para que um ponto do plano cartesiano esteja sobre o eixo ou sobre o eixo.

4. Triângulos

4.1. Classificação quanto à medida dos lados

Dados três pontos no plano, eles podem ou não estar alinhados como veremos na próxima aula. Caso não estejam alinhados, se ligarmos cada um dos três pontos aos outros dois damos origem ao triângulo, uma figura plana que possui três lados e três ângulos.

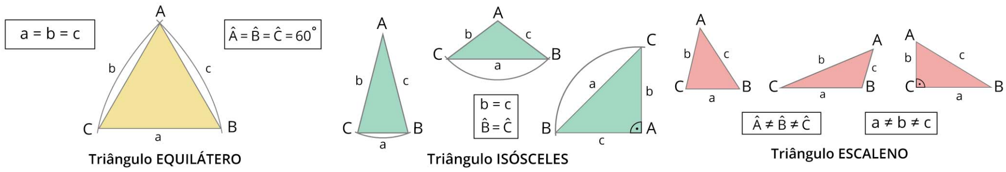
De acordo com a medida dos lados eles são classificados da seguinte forma:

Equilátero - triângulo que possui todos os lados com a mesma medida.

Isósceles - triângulo que possui dois de seus lados com medidas iguais.

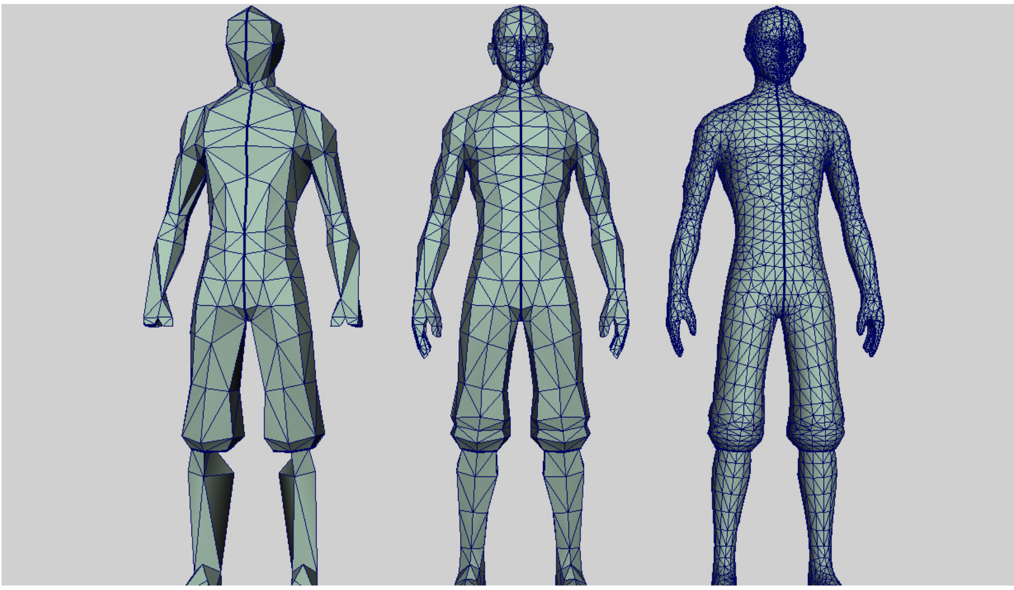
Escaleno - triângulo que possui os três lados com medidas diferentes.

Figura 09



Frequentemente objetos tridimensionais são construídos a partir de um conjunto de triângulos como nas imagens abaixo.

Figura 10



A quantidade de triângulos utilizados em uma representação é diretamente proporcional ao nível de detalhamento de um objeto. Esses objetos são utilizados em jogos 3D e na produção de animações, por exemplo. Além disso, é importante destacar que na definição de percursos e posicionamento de objetos e personagens os triângulos estarão presentes.

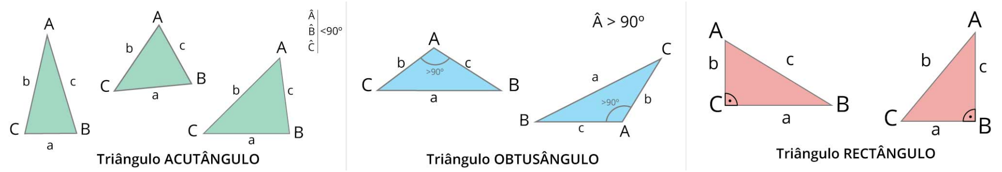
Acreditamos que por se tratar do polígono mais simples ele é tão usado nas construções em geral.

4.2. Triângulo retângulo

Vimos anteriormente que observando a medida dos lados os triângulos são classificados em: equilátero, escaleno e isósceles.

Mas, os triângulos recebem outra classificação de acordo com a medida dos ângulos. Os triângulos que possuem somente ângulos agudos, ou seja, ângulos menores que 90°, são chamados de acutângulos. Os triângulos que possuem um ângulo obtuso, ou seja, um ângulo maior que 90°, são chamados de obtusângulo. Por fim, triângulos que possuem um ângulo de 90° (ângulo reto) são chamados de triângulos retângulos.

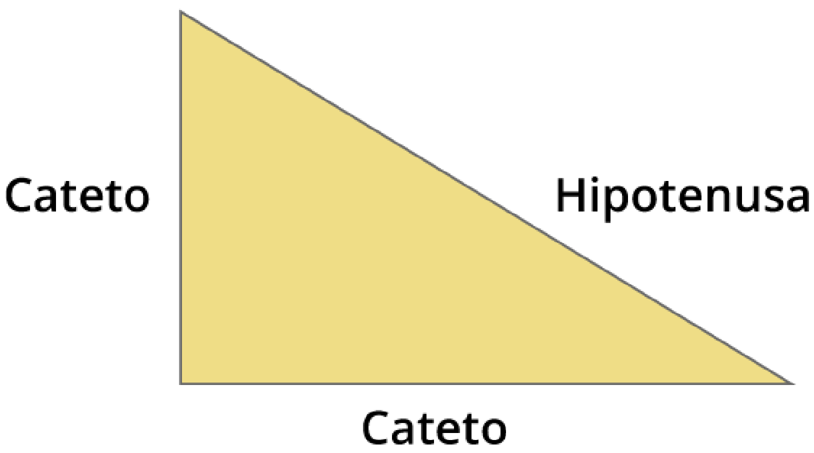
Figura 11



O estudo do triângulo retângulo é enfatizado em diversas áreas do conhecimento devido às relações existentes entre os lados e os ângulos. Para compreender essas relações é importante conhecer um pouco mais esse triângulo.

O maior lado desse triângulo, que é o lado oposto ao ângulo reto, se chama hipotenusa. Os outros dois lados são chamados de catetos.

Figura 12

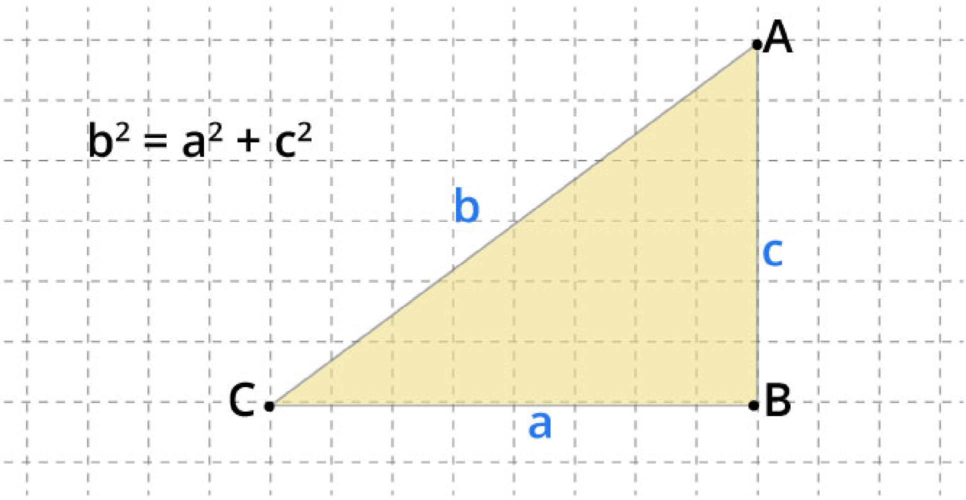


5. Teorema de Pitágoras

5.1. Provando o Teorema

O Teorema de Pitágoras é uma das relações entre as medidas dos lados de um triângulo retângulo. A relação é a seguinte: O quadrado da medida referente à hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas referentes aos catetos.

Figura 13



Existem várias demonstrações que verificam a validade desse teorema. Monte o quebra cabeça a seguir e verifique você mesmo que, de fato, no triângulo retângulo o quadrado da hipotenusa é igual a soma dos quadrados dos catetos. Basta usar as peças dos quadrados menores para montar o quadrado maior!

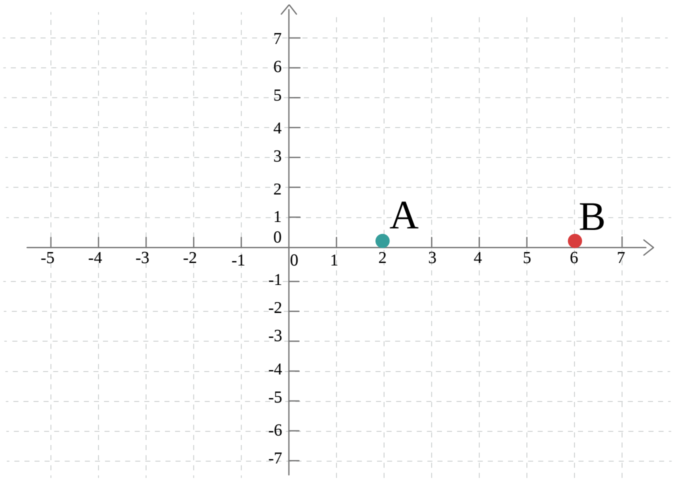
Conteúdo interativo, acesse o Material Didático.

5.2. Encontrando a distância entre dois pontos

Observe as imagens e responda:

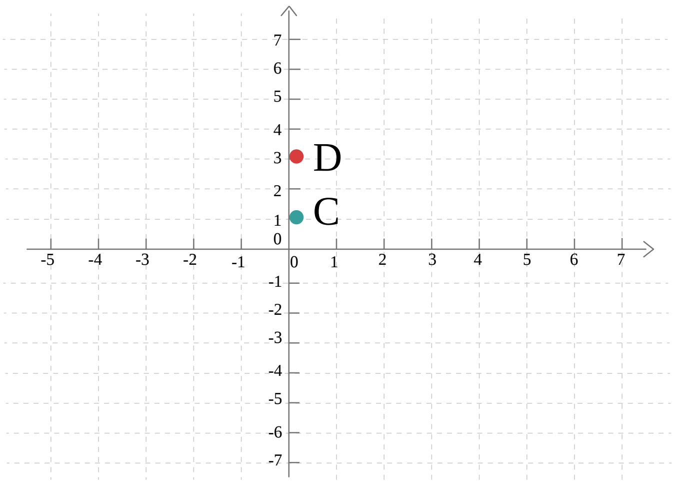
a) Qual a distância entre os pontos A e B?

Figura 14



b) Qual a distância entre os pontos C e D ?

Figura 15



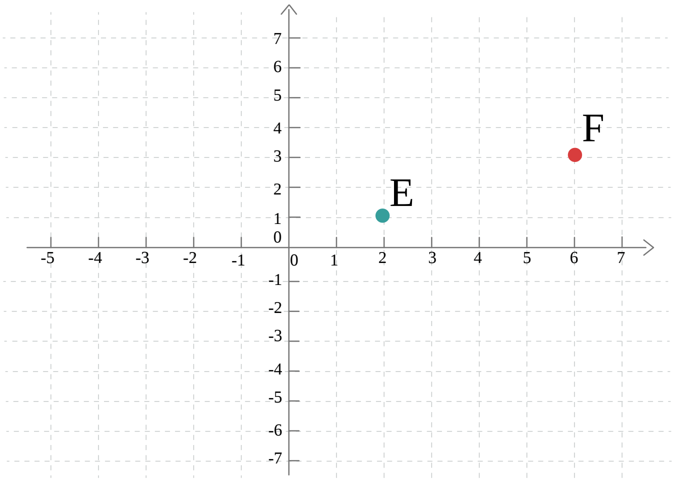
Observações referentes aos itens a e b:

a) No item a, a distância entre os pontos A e B é 4 unidades de comprimento. Mas, é importante observar as coordenadas dos pontos. O ponto $A = (2, 0)$ e $B = (6, 0)$. Veja que 4 é o resultado da diferença entre as abscissas dos pontos.

b) No item b, a distância entre os pontos C e D é 2 unidades de comprimentos. As coordenadas dos pontos são: $A = (0, 1)$ e $C = (0, 3)$. Veja que 2 é o resultado da diferença entre as ordenadas dos pontos.

Agora, encontre a distância entre os pontos E e F.

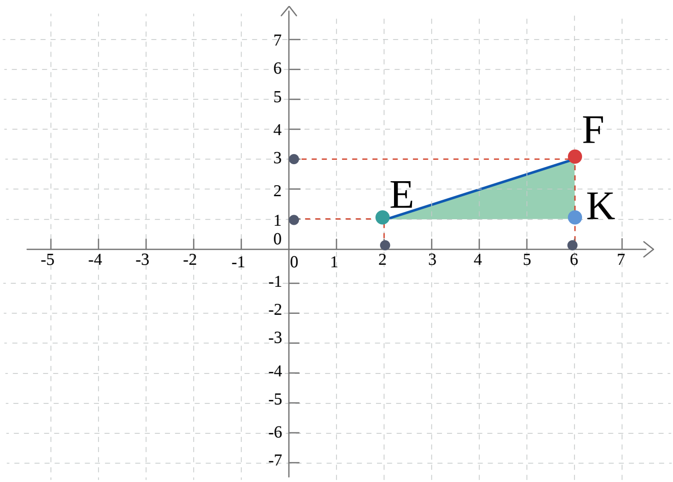
Figura 16



Veja que os pontos não estão em cima dos eixos coordenados e assim não podemos encontrar essa distância da mesma forma que encontramos as distâncias entre os pontos nos itens a e b. Então, para encontrar essa distância contaremos com o auxílio de uma construção geométrica a partir das coordenadas dos pontos.

Veja:

Figura 17



Observe que o triângulo destacado de verde é retângulo e a distância procurada corresponde à sua hipotenusa. Chamamos essa distância de *distância euclidiana*.

Podemos encontrar as medidas dos catetos como fizemos nos itens a e b. E, tendo as medidas dos catetos aplicaremos o Teorema de Pitágoras para encontrar a hipotenusa.

$$\bar{EK} \text{ mede } 6-2=4 \text{ unidades}$$
$$\bar{FK} \text{ mede } 3-1=2 \text{ unidades}$$

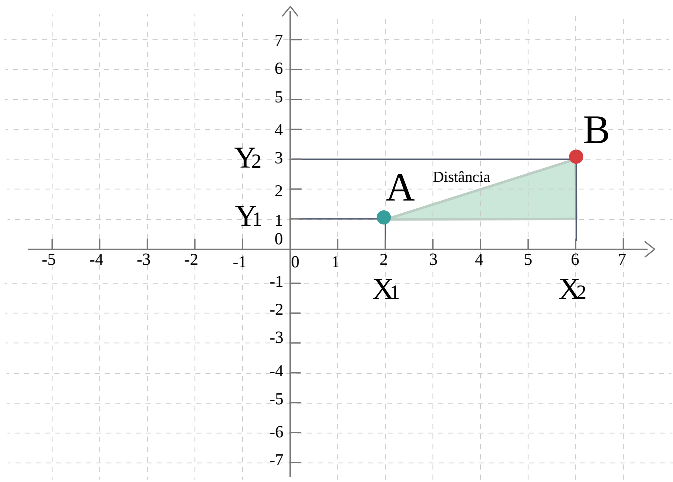
Aplicando o teorema de Pitágoras, temos:

$$\bar{EF}^2 = (6-2)^2 + (3-1)^2$$
$$\bar{EF}^2 = 4^2 + 2^2$$
$$\bar{EF}^2 = 16+4$$
$$\bar{EF}^2 = 20$$
$$\bar{EF} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

Logo, a distância do ponto E ao ponto F é igual a $2\sqrt(5)$ unidades de comprimento.

De maneira geral, dadas as coordenadas de dois pontos, podemos encontrar a distância entre eles seguindo esse mesmo raciocínio. Veja:

Figura 18



Sejam A e B os pontos de coordenadas (x_1, y_1) e (x_2, y_2), respectivamente. Queremos encontrar a distância entre esses dois pontos e, para isso, utilizaremos o teorema de Pitágoras no triângulo destacado na imagem. Veja que a distância procurada é a hipotenusa do triângulo e os catetos têm as seguintes medidas: $(x_2 - x_1)$ e $(y_2 - y_1)$. Assim, temos:

$$\bar{AB}^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$\bar{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

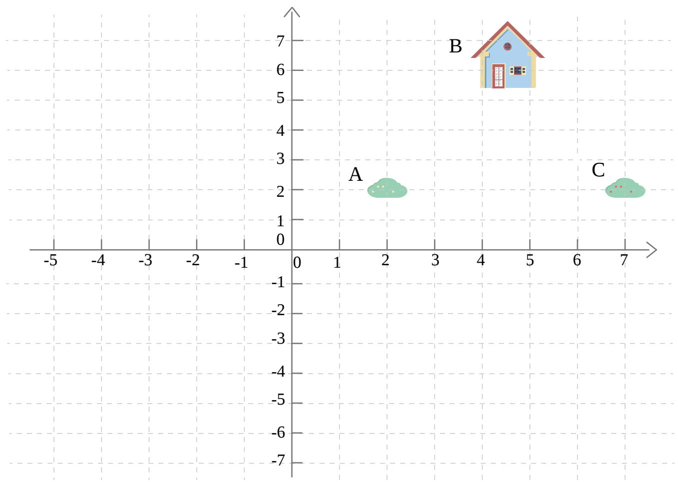
Atividade

Verifique que trocar a ordem dos pontos no cálculo da distância euclidiana não altera o resultado.

Exercício Resolvido 1

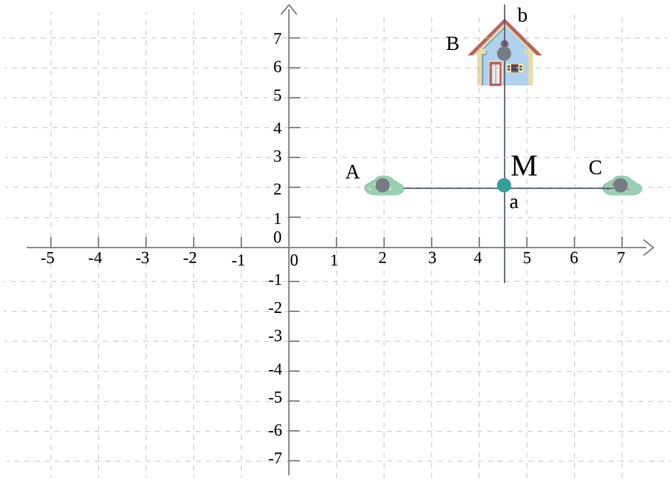
Ao jogar uma partida de RTS, o jogador se deparou com um problema interessante durante a captação de recursos. Dois arbustos, representados pelos pontos A e C, possuíam o recurso que deveria ser captado e levado até seu depósito, representado pelo ponto B. Para que a captação ocorresse da forma desejada, a distância entre o depósito e cada um dos arbustos deveria ser a mesma e a menor possível. No entanto, devido a uma das regras do jogo, a distância mínima entre o depósito e qualquer arbusto deveria ser de cinco unidades, que, nesse caso, é a mesma distância que separa os arbustos. Sabendo que o arbusto A está centrado em $(2, 2)$ e o arbusto C em $(7, 2)$, encontre o melhor ponto para construir o depósito respeitando as regras do jogo.

Figura 19



Para resolver esse problema devemos observar que, se a distância de A até B deve ser igual à distância de C até B, o ponto B deve estar em algum lugar sobre a reta que passa no ponto médio de $\bar{AC}$. (figura ao lado).

Figura 20



Sendo assim, a abscissa de B dede ser igual a $4,5$.

Basta agora encontrarmos sua ordenada. Seja d_{ba} a distancia de $B = (x_b, y_b)$ até $A = (x_a, y_a)$. Então

$$d_{ba} = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}$$

Como x_a, y_a e x_b são conhecidos, basta substituí-los na equação acima.

$$d_{ba} = \sqrt{(4.5 - 2)^2 + (y_b - 2)^2}.$$

Mas a distância de A até B deve ser igual a 5 unidade, para que o depósito seja construído à menor distância possível dos arbustos.

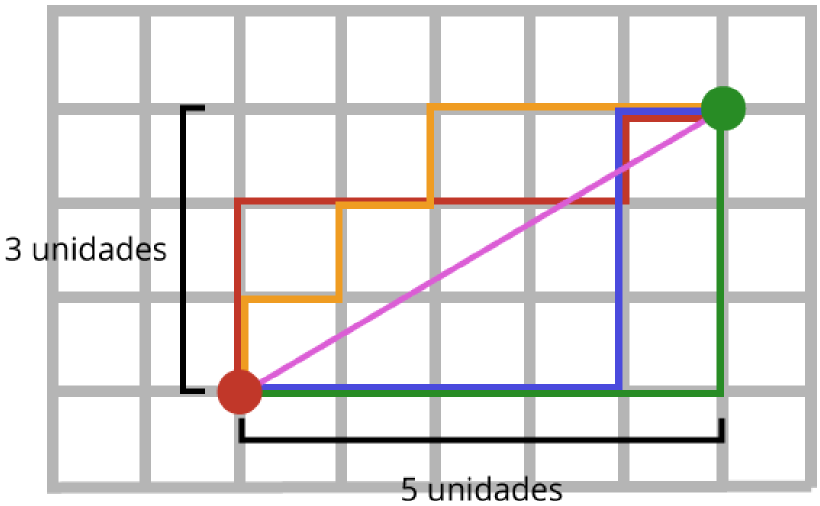
$$\begin{gathered} 5 = \sqrt{(4.5 - 2)^2 + (y_b - 2)^2} \\ 25 = (4.5 - 2)^2 + (y_b - 2)^2 \\ 25 = (2.5)^2 + (y_b - 2)^2 \\ 25 = 6.5 + (y_b)^2 - 4y_b + 4 \\ (y_b)^2 - 4y_b - 14,75 = 0 \end{gathered}$$

Assim, podemos encontrar o valor de y_b resolvendo a equação acima. Atenção! A equação nos fornece dois valores para y_b : 6.33 ou -2.33. Quaisquer desses dois valores resolvem o nosso problema. Porém, pela imagem que ilustra a situação, o ponto B terá coordenadas $(4.5, 6.33)$.

Distância Manhattan

Vimos anteriormente o conceito de distância entre dois pontos no plano cartesiano como sendo o tamanho do segmento de reta que liga esses pontos. No entanto, em contextos como o do exemplo do início dessa aula, cuja imagem pode ser vista abaixo, podemos considerar como distância a soma entre a quantidade de comandos “andar para o norte” e a quantidade de comandos “andar para o leste”. Esse tipo de distância é conhecida como *distância manhattan*.

Figura 21



Se colocarmos a figura acima no plano cartesiano e cada quadrado tiver lado igual a uma unidade, a distância Manhattan de um ponto a outro pode ser calculada como abaixo

$$d = |x_a - x_b| + |y_a - y_b|$$

onde o ponto $A = (x_a, y_a)$ é o ponto vermelho e $B = (x_b, y_b)$ é o ponto verde e a função $|x|$ é o valor absoluto de x.

Como podemos ver na figura, no nosso exemplo diríamos que a distância Manhattan é de 8 unidades. Já a distância euclidiana, calculada com o auxílio do Teorema de Pitágoras, seria nessa mesma situação igual a $\sqrt{34} \cong 5,8$.

5.3. A matemática em ação: distância entre dois pontos em jogos

Vimos, ao longo da aula, como calcular a distância entre dois pontos. Acredito que você já pensou em algumas maneiras de utilizar isso dentro de jogos digitais, mas vamos aqui discutir mais duas aplicações desse conceito.

A primeira que mostraremos é relacionada à movimentação de personagens. Uma habilidade muito comum a diversos jogos é a utilização de um pequeno teletransporte onde o personagem sai de um ponto e se move, quase que instantaneamente, para outro. Essa habilidade ficou conhecida como *blink*. Veja a Figura 22.

Figura 22 - O personagem está no ponto inicial e lhe é dado um comando de *blink* para o ponto marcado em vermelho, na imagem da esquerda. Em seguida, o personagem executa o comando (imagem do meio) e então é posicionado no seu ponto de destino, visto na última imagem.

Fonte: Dota 2 – Site Oficial (www.dota2.com)

Normalmente, habilidades desse tipo contém um alcance (*range*) máximo, definido em unidades do jogo. O que acontece caso o comando seja dado pelo usuário para que o ponto de destino seja maior que o alcance é que o personagem se move para o ponto que representa o alcance máximo na direção que foi indicada. Sabendo disso, vejamos o exemplo a seguir:

Exercício Resolvido 2

Um jogador está jogando uma partida e tem seu personagem posicionado no ponto $A = (152, 127)$. Ao perceber um grupo de inimigos se aproximando, ele resolve fugir, ativando sua habilidade de blink (alcance máximo de 100 unidades) e clicando na sua própria base, posicionada no ponto $(12, 17)$. Calcule se foi possível mover o personagem para o local desejado e, se não, calcule o ponto para o qual o personagem foi movido.

Para saber se foi possível mover o personagem até o local desejado é necessário calcular a distância de sua posição inicial até a posição para onde ele desejava se teletransportar.

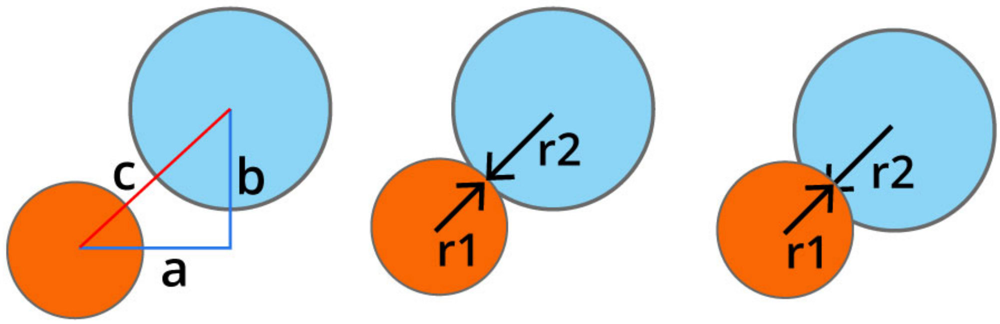
$$d = \sqrt{(152 - 12)^2 + (127 - 17)^2}$$
$$d = \sqrt{(140)^2 + (110)^2}$$
$$d = \sqrt{19600 + 12100}$$
$$d = \sqrt{31700}$$
$$d \cong 178$$

Como a distância calculada é maior que o *range*, não foi possível mover o personagem! Como descobrir para qual ponto ele foi movido é assunto da próxima aula, onde retomaremos esse exemplo.

Vimos então como podemos utilizar a distância entre dois pontos para calcular a movimentação de um personagem dentro de um jogo digital e transportá-lo de um ponto para outro. Mas e se o personagem for movido para um ponto que já está ocupado? O que devemos fazer? Isso varia de jogo para jogo, mas trás uma nova questão interessante... Como podemos saber se o local para onde o personagem será movido já está ocupado? Uma maneira de fazer isso é... utilizando... distância entre dois pontos!

Se dois objetos ocupam (ou tentam ocupar) o mesmo lugar no espaço dizemos que eles estão em colisão. Um dos métodos mais simples para detectar colisões é envolver os objetos para os quais gostaríamos de testar a colisão em formas geométricas (como um círculo ou quadrado) e então calcularmos se essas formas se interceptam. Podemos então simular o espaço ocupado pelo nosso personagem como um círculo de centro (x, y) e raio r. Ao mover o personagem para o novo ponto, podemos simplesmente calcular se há algum outro objeto presente no cenário que tenha uma distância dele até o ponto (x, y) menor que a soma dos raios do círculo do objeto e do personagem. Veja a Figura 23.

Figura 23 - Dois círculos colidindo por terem distância entre os centros menor que a soma dos raios.



Caso a distância entre os dois pontos centrais seja, de fato, menor que a soma dos raios, significa que o objeto e o personagem estão tentando ocupar o mesmo espaço, o que gera uma colisão! Como devemos tratar isso? Fica a critério da sua imaginação!

Na aula 3 estudaremos Polígonos, outras formas geométricas que podem ser utilizadas com a finalidade dos círculos acima: envolver um personagem ou objeto de modo a delimitar o espaço ocupado por ele. Essas formas podem se aproximar melhor da representação visual do objeto do que círculos ou quadrados deixando menos “sobras” em volta do objeto representado.

Resumo

Nesta aula, você conheceu o conceito de plano cartesiano utilizado para representar a localização de pontos em um espaço orientado. Esse sistema foi o que possibilitou a representação algébrica de objetos geométricos. Através da representação de pontos podemos dar origem a triângulos, por exemplo. Vimos duas maneiras de classificar triângulos: de acordo com seus lados ou com seus ângulos. Um desses tipos de triângulo, o triângulo retângulo, é uma peça-chave para o cálculo de distância entre dois pontos. Através do Teorema de Pitágoras deduzimos uma expressão que nos permite calcular a distância euclidiana entre dois pontos quaisquer. Vimos também que existem outras formas de se calcular distâncias, como a distância Manhattan, por exemplo.

Leitura Complementar

Fonte:https://www.youtube.com/watch?v=zHZO4Nfhy-I

Fonte:https://www.youtube.com/watch?v=e30DzTg2bLE

Autoavaliação

Para que você avalie o seu aprendizado, após estudar essa aula você deve se fazer os questionamentos a seguir:

01 - Eu entendo o conceito de espaço orientado e sei o que é o plano cartesiano?

02 - Eu sou capaz de fornecer as coordenadas de um ponto que me for dado no plano cartesiano?

03 - Eu sei identificar os tipos de triângulos, classificados por seus lados ou por seus ângulos?

04 - Sou capaz de reconhecer um triângulo retângulo e conheço suas propriedades?

05 - Conheço e sei aplicar o Teorema de Pitágoras?

06 - Consigo calcular a distancia euclidiana entre dois pontos dados?

07 - Entendo que distância pode ser definida de maneiras diferentes?

08 - Consigo enxergar aplicações desses conceitos no desenvolvimento de jogos e/ou em outras tecnologias?

Referências

Dunn, Fletcher, and Ian Parberry. **3D math primer for graphics and game development**. CRC Press, 2011.