

# Física Aplicada a Jogos

## Aula 04 - Momento Linear e Sua Conserva o

# Apresentação

---

Nesta aula, a partir da observação e experimentação de situações concretas como quedas, colisões, movimento de carros, vamos reconhecer a conservação da quantidade de movimento linear, e através delas, as condições impostas aos movimentos.

## Objetivos

- Aprender o significado do momento linear de uma partícula e como o impulso da força resultante que atua sobre uma partícula causa variação no momento;
- Conhecer as condições as quais determinam que o momento total de um sistema de partículas seja constante.

# Momento Linear e Sua Conservação

**Figura 01** - O Bobsled é um esporte de inverno no qual quatro atletas empurram um trenó e em seguida entram dentro dele para percorrerem uma descida em curvas.



**Fonte:** Adaptado de <http://www.royalnavy.mod.uk/news-and-latest-activity/news/2014/january/22/140122-rm-bobsleigh>. Acesso em: 26 de Outubro de 2015.

Empurrar um corpo não é apenas exercer força sobre ele, mas exercer força durante um determinado intervalo de tempo. Quanto maior o intervalo de tempo em que determinada força é exercida sobre um corpo, maior será o efeito que ela produzirá em relação à velocidade desse corpo.

A força resultante  $\vec{F}_R$ , constante, exercida sobre o bloco de massa  $m$ , faz a sua velocidade variar de  $\vec{v}_0$  a  $\vec{v}$ , ou seja, o bloco adquire aceleração  $\vec{a}$ .



$$\vec{F}_R \Delta t = m \Delta \vec{v}$$



Como  $\Delta \vec{v} = \vec{v} - \vec{v}_0$ . Então:

$$m \Delta \vec{v} = m \vec{v} - m \vec{v}_0$$

Voltando à expressão anterior, temos:

$$\vec{F} m \Delta t = m \vec{v} - m \vec{v}_0$$

Portanto, podemos concluir dessa expressão que a força resultante multiplicada pelo intervalo de tempo ( $\vec{F} \Delta t$ ) em que ela é exercida sobre o bloco de massa  $m$  representa uma grandeza capaz de variar outro tipo de grandeza: o produto  $m \vec{v}$ .

Quanto maior é a massa  $m$  e a velocidade escalar  $v$  de uma partícula, maior o seu módulo de momento linear  $mv$ . O momento linear é uma grandeza vetorial que possui direção e sentido que coincidem com a direção e o sentido do vetor velocidade.

## Impulso

Quando um jogador de futebol cobra um pênalti ou quando um tenista com a raquete rebate a bola, há uma força atuando durante um curto intervalo de tempo sobre a bola, o que faz com que ela seja impulsionada.

**Figura 02 - a)** O contato entre o pé do jogador e a bola ocorre em um pequeno intervalo de tempo. **b)** Jogador de tênis rebatendo a bola em um tempo muito curto, caracterizando o Impulso.



**Fonte:** Elaborado pelo autor.

Assim, sempre que uma força atuar em um objeto durante certo intervalo de tempo, afirmamos que o objeto recebeu um impulso. Para uma força constante  $\vec{F}$ , atuando durante um intervalo de tempo  $\Delta t$ , define-se o impulso  $\vec{I}$ , exercido pela força, por meio de:

$$\vec{I} = \vec{F} \Delta t$$

O impulso da força resultante exercido sobre um corpo durante determinado intervalo de tempo é igual à variação da quantidade de movimento desse corpo nesse intervalo de tempo.

O impulso é uma grandeza vetorial; ele possui a mesma direção e o mesmo sentido do vetor força resultante  $\vec{F}$ .

A unidade de impulso é o produto da unidade de força pela unidade de tempo, portanto,  $N \cdot s$  (Newton vezes segundo) no SI.

A unidade de quantidade de movimento é o produto da unidade de massa pela unidade de velocidade, portanto,  $kg \cdot m/s$  (quilograma vezes metro por segundo) no SI.

## Relação entre impulso e quantidade de movimento

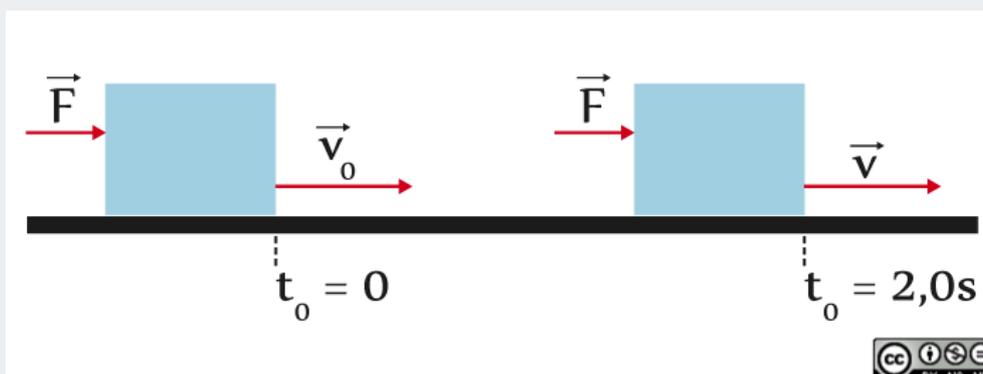
O impulso,  $\vec{I}$ , exercido pela resultante das forças que atuam sobre um objeto, durante certo intervalo de tempo, é igual à variação da quantidade de movimento,  $\Delta\vec{p}$ , ocorrida naquele intervalo de tempo, então:

$$\vec{I} = \Delta\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$$

A variação do momento linear durante um intervalo de tempo é igual ao impulso da força resultante que atua sobre a partícula durante esse intervalo.

### Exercício resolvido

1 - A figura abaixo representa um bloco de massa  $0,50kg$  deslizando sobre um plano horizontal sem atrito com velocidade de módulo  $v_0 = 2,0m/s$ . No instante  $t_0 = 0$ , passa a ser exercida sobre esse bloco uma força horizontal  $\vec{F}$ , de módulo  $F = 1,0N$ , na mesma direção e sentido da velocidade.



Sabendo que essa força é exercida até o instante  $t = 2,0s$ , determine, em módulo:

- a) o impulso da força  $\vec{F}$  no intervalo de tempo de  $0$  a  $2,0s$ ;
- b) a quantidade de movimento inicial do bloco ( $t = 0$ );
- c) a quantidade de movimento do bloco no instante  $t = 2,0s$ ;
- d) a velocidade no instante  $t = 2,0s$ .

## Resolução ?

a) Sendo  $F = 1,0\text{s}$  e  $\Delta t = t - t_0 = 2,0 - 0 = 2,0\text{s}$ , o módulo do impulso da força  $\vec{F}$  ( $I_F$ ) é:

$$I_F = F\Delta t$$

$$I_F = 1,0 \cdot 2,0$$

$$I_F = 2,0\text{N} \cdot \text{s}$$

b) Sendo  $m = 0,50\text{kg}$  e  $v_0 = 2,0\text{m/s}$ , temos:

$$p_0 = mv_0$$

$$p_0 = 0,50 \cdot 2,0$$

$$p_0 = 1,0\text{kg} \cdot \text{m/s}$$

c) Como o plano é horizontal e não há atrito, a força  $\vec{F}$  é a resultante exercida sobre o bloco. Logo, o impulso da força  $\vec{F}$  é o impulso da força resultante; portanto, em módulo, temos:

$$I_{FR} = I_F = 2,0\text{N} \cdot \text{s}$$

Como todos os vetores têm a mesma direção e sentido e  $p_0 = 1,0\text{kg} \cdot \text{m/s}$ , podemos determinar o módulo de  $\vec{p}$ , quantidade de movimento no instante  $t = 2,0\text{s}$ , pela expressão:

$$I_{FR} = p - p_0$$

$$2,0 = p - 1,0$$

$$p = 3,0\text{kg} \cdot \text{m/s}$$

d) Como  $p = mv$ , obtemos o módulo da velocidade neste instante:

$$3,0 = 0,50v$$

$$v = 6,0\text{m/s}$$

## Conservação da quantidade de movimento

Quando você joga uma pedra em um lago, ela estará sujeita a várias forças externas, como a força da gravidade e a resistência do ar.

**Figura 04** - Existem várias forças atuando sobre uma pedra ao ser jogada em um lago.

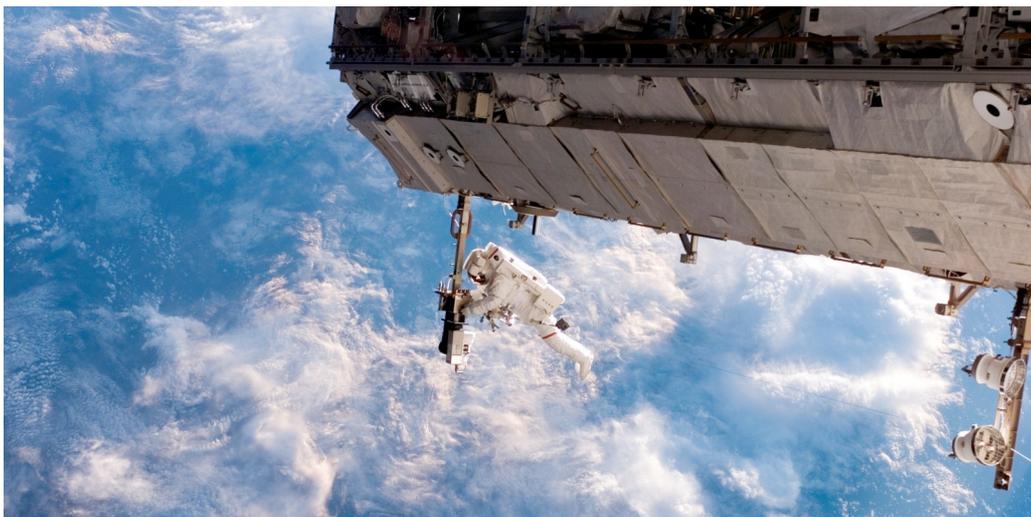


**Fonte:** Adaptada de

<http://www.sidneyrezende.com/noticia/186804+campeonato+mundial+de+atirar+pedra+no+lago+atrai+multidao+na+escocia>  
. Acesso em: 27 de Outubro de 2015.

Mas, supondo que você seja um astronauta e decida jogar uma pedra no espaço.

**Figura 05** - Nenhuma força externa é exercida sobre uma pedra que é jogada no espaço (em uma região do espaço sem campo gravitacional!)

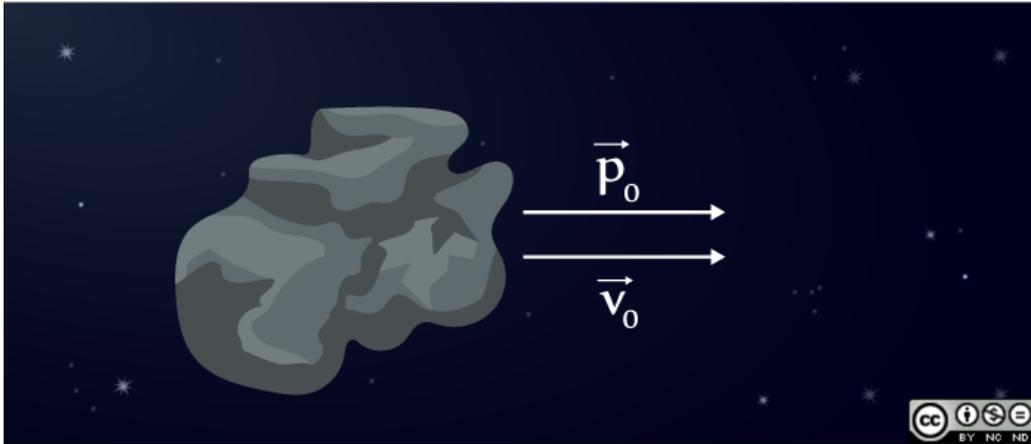


**Fonte:** Photo via Visual Hunt. Acesso em: 20 de janeiro de 2016.

Supondo ainda que a pedra a qual você jogou possui massa  $m$  e partiu com uma velocidade  $\vec{v}_0$  e sem nenhuma força externa atuando sobre ela, podemos considerar a pedra como um sistema isolado cuja quantidade de movimento é:

$$\vec{p}_0 = m\vec{v}_0$$

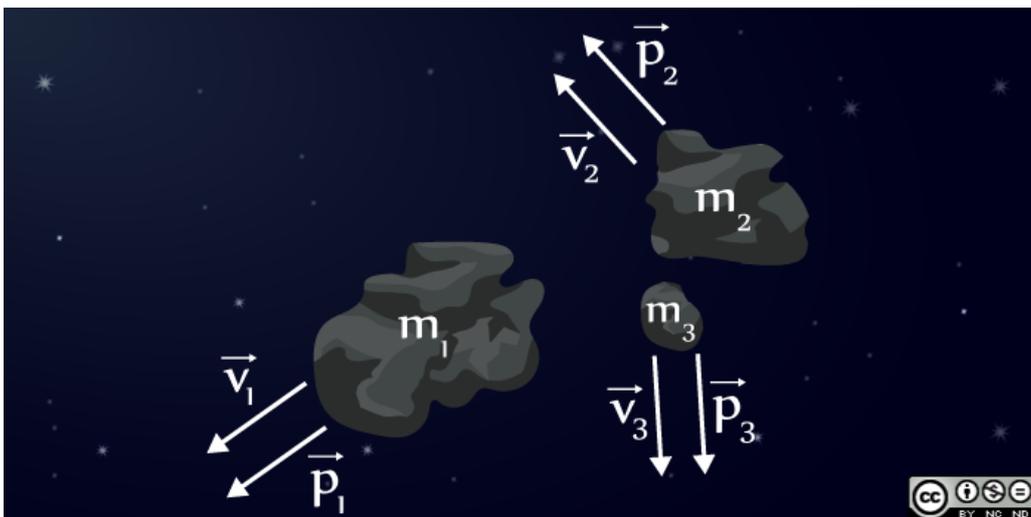
**Figura 06** - Pedra de massa  $m$  e com velocidade  $\vec{v}_0$  se deslocando no espaço sem a ação de forças externas.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Em um determinado instante, a pedra se parte em três fragmentos de massa  $m_1$ ,  $m_2$  e  $m_3$  que passam a se deslocar com velocidades  $\vec{v}_1$ ,  $\vec{v}_2$  e  $\vec{v}_3$ .

**Figura 07** - Pedra se fragmentando em três partes: de massa  $m_1$  e velocidade  $\vec{v}_1$ , de massa  $m_2$  e velocidade  $\vec{v}_2$ , e de massa  $m_3$  e velocidade  $\vec{v}_3$ .



Fonte: Elaborado pelo autor.

Como não há forças externas, o conjunto desses três fragmentos continua sendo o mesmo sistema isolado cuja quantidade de movimento é:

$$\vec{p} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + m_3\vec{v}_3$$

Pelo princípio da conservação da quantidade de movimento pode-se afirmar que a quantidade de movimento inicial da pedra ( $\vec{p}_0$ ) é igual à soma das quantidades de movimento de seus fragmentos, ou seja:

$$\vec{p} = \vec{p}_0$$

Assim, a partir dessa igualdade, podemos afirmar que em **um sistema isolado** a quantidade de movimento total permanece constante.

Se a resultante das forças externas exercidas em um sistema for nula, a quantidade de movimento total desse sistema permanecerá constante, ou seja, se conserva.

## Trabalho de uma força

Quando nós aplicamos uma força sobre um objeto, a menos que não tenhamos tomado o nosso café da manhã, é normal que o objeto se mova ou se desloque, não é verdade? Quando aplicamos uma força e ela causa um deslocamento no objeto, dizemos que nossa força realizou um **Trabalho**.

**Figura 08** - Link, trabalhando!



**Fonte:** <<http://www.ign.com/articles/2003/01/30/hyrule-times-vol-26-the-two-sides-of-wind-waker>>. Acesso em: 16 de janeiro de 2017.

O trabalho, normalmente representado pela letra grega Tau ( $\tau$ ), é definido pela força resultante que atua no corpo. Se existe apenas uma força, tranquilo! Senão, vamos ter que calcular a força resultante, e é ela que nos dará a informação sobre o trabalho resultante no corpo. A fórmula de trabalho é:

$$\tau = F * \Delta s$$

A unidade de Trabalho no SI é o Joule (J). Logo se aplicamos uma força de 10 N em um corpo, e ele se desloca por 2 metros, temos um trabalho  $\tau = 20N * m = 20J$ .

Assim como o impulso possui uma relação com a variação da quantidade de movimento de um corpo, o trabalho possui uma relação com a variação de energia de um corpo. Mas primeiro, vamos falar um pouco sobre energia!

# Energia

---

Energia é...algo difícil de definir. Nós usamos essa palavra em variados contextos: energia elétrica que carrega nossos celulares, energia como disposição física (estou sem energia para fazer as coisas..), até mesmo para determinar o ânimo das pessoas (nossa como aquela pessoa é cheia de energia positiva!).

**Figura 09** - Ryze mostrando sua energia para as pessoas!



**Fonte:** <<http://gameinfo.br.leagueoflegends.com/pt/game-info/champions/ryze/>>. Acesso em: 16 de janeiro de 2017

Para essa aula, o que nos importará é a energia no campo da física, especificamente no contexto do estudo da cinemática e da dinâmica! Logo, podemos entender a energia como uma propriedade que os corpos tem que indicam o quanto de trabalho eles podem fazer, ou o quanto de movimento eles conseguem alcançar e transferir de um corpo para o outro. A energia associada ao movimento de um corpo é conhecida como Energia Cinética, enquanto que a energia relacionada a posição de um corpo dentro de algum campo de força (como o campo gravitacional da Terra, por exemplo) é chamada de Energia Potencial.

Quando vemos um carro em movimento, dizemos que ele tem energia cinética. Uma maçã pendurada em uma árvore possui uma Energia Potencial com relação à Terra. E quando essa maçã cai, ela passa o trajeto do galho até o chão transformando a energia potencial em energia cinética! De fato, a energia é uma grandeza física que sempre se conserva! E ao contrário da quantidade de movimento, que se conserva apenas quando não há forças atuando, a energia se conserva em todos os cenários, apenas transformando-se em outro tipo de energia.

A fórmula da energia cinética  $E_c$  é dada pela seguinte fórmula:

$$E_c = \frac{(m * v^2)}{2}$$

onde  $m$  é a massa do corpo e  $v$  é a velocidade dele no instante observado. De forma semelhante ao Impulso e a quantidade de movimento, podemos descobrir o trabalho exercido sobre um corpo a partir da diferença entre a energia cinética do corpo medida em momentos diferentes:

$$\tau = E_c - E_{c_0}$$

onde  $E_c$  e  $E_{c_0}$  representam a energia cinética medida em dois momentos distintos, um final e um inicial, respectivamente

A energia potencial que iremos estudar é a energia potencial gravitacional, que representa o trabalho que a força peso pode exercer sobre um corpo. O valor dessa energia pode ser dado pela seguinte fórmula:

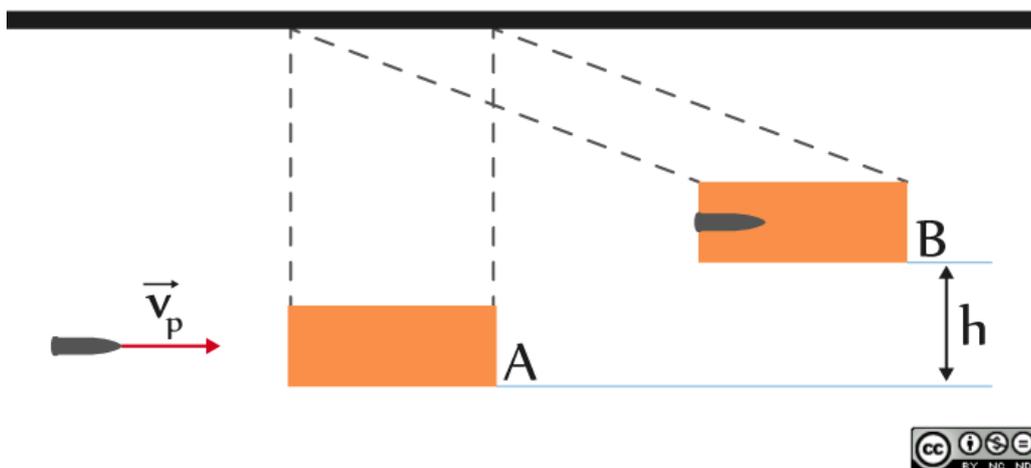
$$E_p = P * h$$

onde  $P$  representa a força Peso que atua no corpo, e  $h$  é a altura do objeto em relação ao solo.

Quando desconsideramos a ação de forças como o atrito com o ar, dissipação de calor ou produção de som, podemos dizer que a energia de movimento um corpo é dada pela soma de sua energia cinética e sua energia potencial, e que a energia total se conserva ao longo do processo. Vamos ver um exercício que nos ajudará a esclarecer esses conceitos!

## Exercício Resolvido

1 - A figura a seguir representa esquematicamente um pêndulo balístico, dispositivo experimental usado antigamente para determinar a velocidade de projéteis. Um projétil de massa  $m_p = 20g$  é disparado horizontalmente contra um bloco de madeira de massa  $m_b = 5,0kg$  suspenso, em repouso. Após o impacto, o projétil se aloja no bloco e ambos sobem uma altura  $h = 20cm$ . Qual o módulo da velocidade do projétil ao atingir o bloco? (adote  $g = 10m/s^2$ )



## Resolução

Inicialmente vamos determinar o módulo da velocidade do conjunto bloco-projétil logo após o impacto. Aplicando o princípio da conservação da energia mecânica em relação aos pontos  $A$  e  $B$  da trajetória do pêndulo, temos:

$$E_{C_A} + E_{pgA} = E_{C_B} + E_{pgB}(I)$$

Em relação ao ponto  $A$ , a energia cinética é igual a:

$$E_{C_A} = \frac{1}{2} \cdot (m_p + m_b)v^2$$

Sendo  $m_p$  a massa do projétil,  $m_b$  a massa do bloco e  $v$  o módulo da velocidade do conjunto bloco-projétil logo após o impacto.

Adotando como nível de referência o ponto  $A$ , temos  $E_{pgA} = 0$ . Em relação ao ponto  $B$ ,  $E_{C_B} = 0$ , pois o conjunto para atingir o ponto  $B$ , e  $E_{pgB} = (m_p + m_b)gh$ , sendo  $h = 20\text{cm} = 0,20\text{m}$ .

Retomando a expressão (I), temos:

$$\frac{1}{2} \cdot (m_p + m_b)v^2 + 0 = 0 + (m_p + m_b)gh$$

$$\frac{1}{2} \cdot (m_p + m_b)v^2 = (m_p + m_b)gh$$

$$v = \sqrt{2gh}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,20}$$

$$v = 2,0\text{m/s}$$

Aplicando o princípio da conservação da quantidade de movimento ao sistema projétil-bloco imediatamente antes e após o último impacto, da expressão  $\vec{p}_0 = \vec{p}$ , obtemos:

$$m_p v_p = (m_p + m_b)v$$

$$0,020v_p = (0,020 + 5,0)2,0$$

$$0,020v_p = 10$$

$$v_p = 500\text{m/s}$$

## Resumo

---

Nesta aula estudamos vários conceitos envolvendo o momento linear e sua conservação. Vimos como o impulso da força resultante que atua sobre uma partícula causa variação no momento, relacionando o impulso e a quantidade de movimento. Estudamos também as condições que determinam que o momento total de um sistema de partículas seja constante.

## Leituras complementares

---

FEYNMAN, R. P. **Física em seis lições**. Rio de Janeiro: Ediouro, 1999.

HEWITT, P. G. **Física conceitual**. Porto Alegre: ArtMed/ Bookman, 2001.

PALMER, Grant. **Physics for game programmers**. Apress, 2005.

## Referências Bibliográficas

---

FUKE, Luiz Felipe; KAZUHITO Yamamoto. **Física para o ensino médio**, 3. Ed. São Paulo: Saraiva, 2013. 1 v.

GASPAR, Alberto. **Física**. São Paulo: Ática, 2009. 1 v.

MÁXIMO, A.; ALVARENGA, B. **Física contexto e aplicações**, 1. ed. São Paulo: Editora Scipione, 2013. 1 v.

YOUNG, H. D.; FREEDMAN, R.A. **Física I: Mecânica**. Tradução de Sonia Midori Yamamoto. 12. ed. São Paulo: Addison Wesley, 2008.