

Física Aplicada a Jogos

Aula 01 - Introdução ao Estudo dos Movimentos

Apresentação

Nesta primeira aula, iniciaremos o estudo dos movimentos. Estudaremos alguns conceitos básicos, como a diferença de ponto material e referencial, o conceito de trajetória, posição e deslocamento, e encerraremos com o estudo de velocidade e aceleração.

Objetivos

- Identificar os diferentes movimentos que se realizam no cotidiano e as grandezas relevantes para sua observação.
- Compreender como acontece o movimento retilíneo em termos de velocidade média, velocidade instantânea, aceleração média e aceleração instantânea.

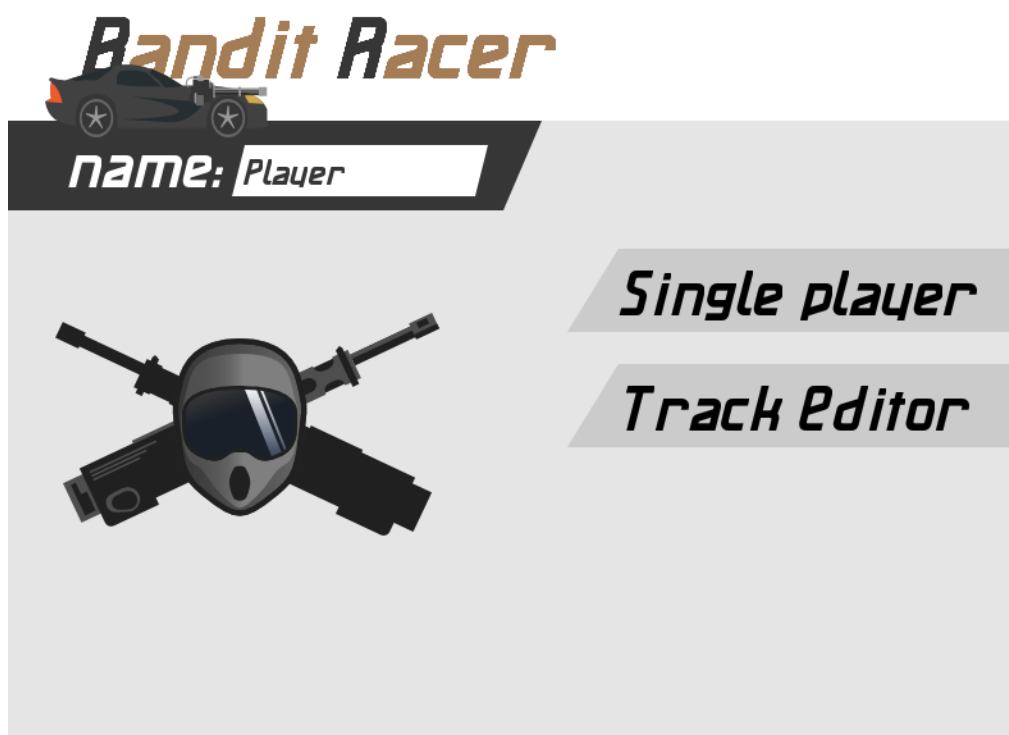
1 - Introdução ao estudo dos movimentos

Vamos jogar um pouco o jogo Bandit Racer, um jogo de corrida de carros que envolve vários tópicos do estudo dos movimentos.

ESTÁ PRONTO?

3,2,1...

Clique na imagem para jogar



Fonte: <<http://www.banditracer.eu/>>

Ficou para trás? Não desanime, pois a corrida está apenas começando!

Olhe ao seu redor. Tudo está se movendo! Enquanto está lendo isso, você está se movendo a aproximadamente 107.000 quilômetros por hora em relação ao Sol.

Quando discutimos o movimento de algo, descrevemos o movimento em relação a alguma outra coisa. Quando dizemos que um carro de corrida alcança uma velocidade de 200 quilômetros por hora, queremos dizer que tal velocidade é

relativa à estrada.

1.1 - O movimento é relativo

Para determinar se um corpo (por exemplo, um carro, uma bola ou você) está ou não em movimento, é necessário especificar a posição dele (ou sua) em relação a outros à sua volta, isto é, estabelecer um **referencial**.

Suponha que você esteja sentado num ônibus olhando pela janela, de repente, você vê um amigo sentado no banco de uma parada.

Figura 01 - Homem sentado em um ônibus em movimento observando as pessoas pela janela.



Podemos afirmar que você está em **movimento** em relação ao seu amigo, mas está em **repouso** em relação ao ônibus. Afinal, basta você olhar para o motorista e os demais passageiros para perceber que eles estão parados!

Notamos nessa situação que existem dois **referenciais**: o do motorista e o do seu amigo. Então, podemos classificar o seu estado de repouso ou de movimento dependendo do referencial adotado. Logo, os estados do movimento são **relativos**.

1.2 - Ponto material e corpo extenso

Como vimos, o movimento de um objeto visto por um observador depende do referencial no qual ele está situado.

Suponha agora que você esteja olhando para o céu em uma apresentação de paraquedistas, na esperança de ver alguma manobra feita por um paraquedista que saltou corajosamente de um avião. Porém, você só consegue ver apenas um pequeno ponto no céu. Nesse caso, o paraquedista é descrito como um **ponto material**. Ou seja,

É um corpo cujas dimensões podem ser consideradas desprezíveis em relação a um determinado referencial.

Figura 02 - Quando um paraquedista é visto do solo como um pequeno ponto no céu, ele pode ser descrito como um ponto material.



Assim, reduzimos o paraquedista a uma partícula material que pode ser considerada um ponto. Afinal, você não consegue ver nenhuma manobra realizada pelo paraquedista, apenas o movimento de queda.

Já quando o paraquedista chega ao solo, você percebe que ele não é mais um ponto material. Agora, você consegue notar os seus movimentos claramente. Então, o chamamos de **corpo extenso**.

Figura 03 - Quando o paraquedista chega ao solo pode, então, ser descrito como um corpo extenso.



Note que o conceito de ponto material é relativo. Um corpo pode ser tanto um ponto material ou um corpo extenso dependendo do ponto de vista do observador.

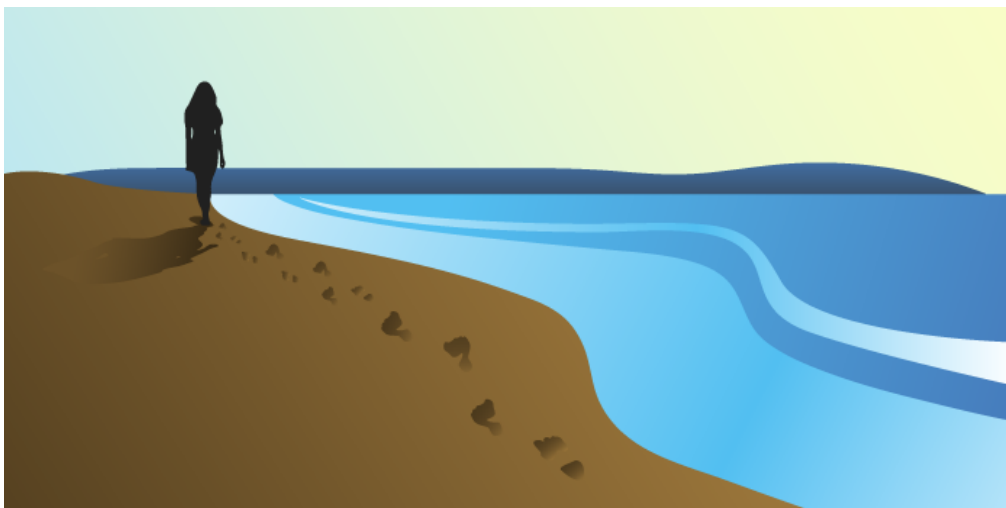
Portanto, temos que:

O movimento de um objeto, visto por um observador, depende do referencial no qual ele está localizado.

Referencial é o sistema de coordenadas em relação ao qual se podem especificar as coordenadas do ponto material.

1.3 - Trajetória

Figura 04 - Quando você caminha na praia suas pegadas na areia indicam a trajetória que você está seguindo.

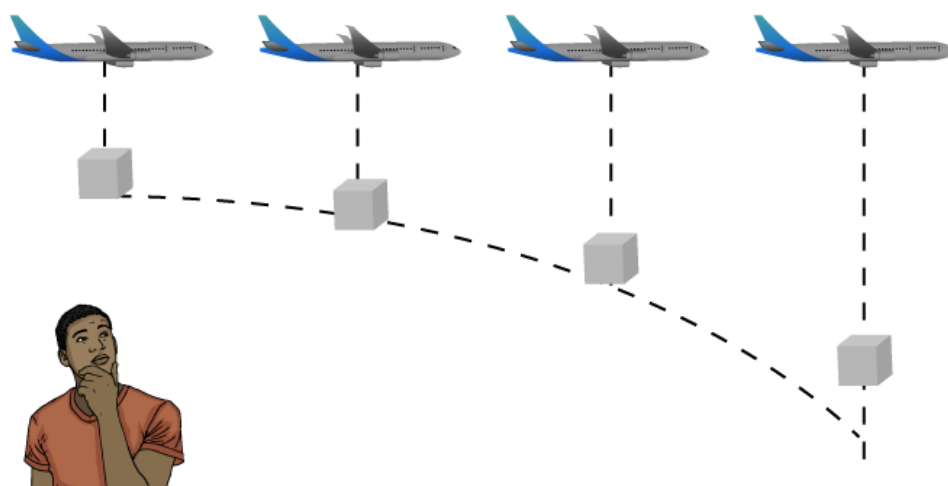


O caminho percorrido pelo ônibus durante o percurso da parada próximo à sua casa até a universidade é outro exemplo de **trajetória**.

Definimos a trajetória de um ponto material em movimento como a **linha que interliga todas as posições pelas quais ele passa**. A trajetória pode ser retilínea ou curvilínea, dependendo do referencial onde se encontra o observador.

Vamos supor um avião que voa com uma velocidade constante. Se em determinado instante uma carga for liberada, **em relação ao piloto** a trajetória da carga é descrita por uma reta vertical. Já para um **observador parado no solo**, a trajetória da carga será descrita por uma curva.

Figura 05 - A trajetória da carga depende do referencial em que se encontra o observador. Para o piloto, a trajetória é retilínea. Mas, para o homem no solo a trajetória é curvilínea.



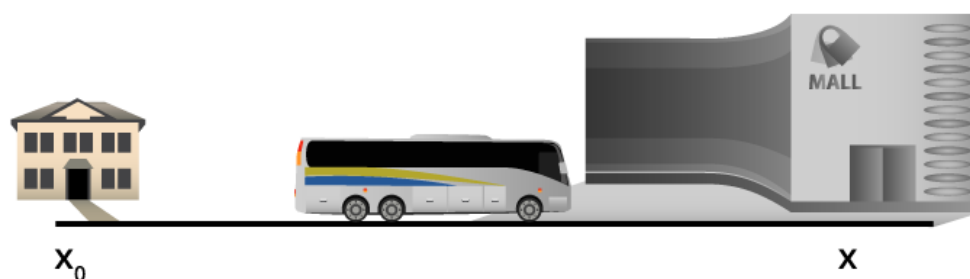
1.4 - Posição e Deslocamento

Vamos observar o trajeto do ônibus que você pega para chegar ao shopping.

Para determinar a posição do ônibus (ou do corpo) na trajetória num determinado instante, precisamos calcular a distância percorrida sobre a trajetória. Essa medida indica **a posição do ônibus (ou do corpo)**.

Digamos que sua casa seja a posição inicial (vamos representar por x_0). Já a posição final será o shopping (representaremos por x).

Figura 06 - Trajeto de ônibus de sua casa (x_0) até o shopping (x).



A variação da posição do ônibus nesse intervalo de tempo é denominada deslocamento $\Delta x = x - x_0$. O deslocamento escalar depende somente das posições escalares (inicial e final) ocupadas pelo móvel, e a distância percorrida depende do comprimento da trajetória descrita por ele.

A unidade de deslocamento é o **metro** (*m*) no SI (*Sistema Internacional de Medidas*).

2 - A Física e os Jogos Digitais

Figura 07 - Jogo típico de corrida de carros.



Fonte: <http://tutorfreebr.blogspot.com.br/2014/12/vdrift-simulador-de-corrida-de-carros.html>

Vdrift é um jogo de simulação de corrida com código aberto, construído a partir do motor automotivo de física **Vamos**. Como em todo jogo de corrida, encontramos trajetos para serem percorridos, painéis de medida de velocidade (em unidades de km/h ou MPH – milhas por hora) e colisões entre carros. O jogo é extremamente coerente com a realidade física. Portanto, note que, para a programação desse tipo de jogo, é de fundamental importância o entendimento de conceitos como posição, trajeto, velocidade e aceleração.

Saiba Mais!

Mais informações sobre o Vdrift em: <http://vdrift.net/> e sobre o Vamos em: <http://vamos.sourceforge.net/>.

3 - Velocidade

3.1 - Velocidade média

Suponha que você esteja viajando de carro até a sua cidade natal. Você notará que o carro não mantém sempre a mesma velocidade durante o trajeto, mas varia ao longo do espaço percorrido.

Então, em vez de estudar o movimento do carro em cada ponto da estrada, podemos relacionar o espaço total percorrido por ele e o intervalo de tempo decorrido desse percurso. Essa razão é chamada de **velocidade escalar média** (v_m).

A velocidade escalar média é definida matematicamente como a razão entre a variação de posição Δx e o intervalo de tempo Δt considerado.

$$\text{Velocidade escalar média} = \frac{\text{distância total percorrida}}{\text{intervalo de tempo}} = \frac{x - x_0}{t - t_0} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

As unidades de velocidade escalar decorrem da própria definição, unidades de comprimento divididas pelas unidades de tempo: **km/h (quilômetro por hora), m/s (metro por segundo), MPH (milhas por hora - unidade utilizada nos EUA e no Reino Unido)**.

No sistema internacional (SI), a posição é medida em metros (**m**) e o tempo em segundos (**s**). Logo, a unidade de velocidade é o **m/s**.

Uma definição melhor para a velocidade média é quando consideramos a **notação vetorial**. Dessa forma, além do módulo da velocidade, ela apresentará direção e sentido. **A velocidade vetorial média** será bastante útil ao considerarmos movimentos em duas ou três dimensões. Podemos escrevê-la como:

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$$

Onde $\vec{v}$ é a velocidade vetorial média, com módulo, direção e sentido; $\Delta \vec{x}$ é a variação do vetor posição ($\vec{x} - \vec{x}_0$) e Δt é a variação do tempo.

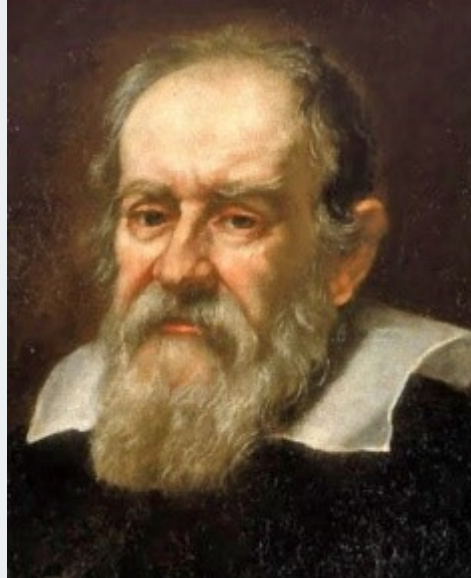
Quando um objeto se desloca com velocidade constante ao longo de uma trajetória retilínea, afirmamos que o seu movimento é retilíneo uniforme (**Movimento Retilíneo Uniforme – MRU**).

Trataremos em nossas aulas **a velocidade média como a velocidade escalar média**. Mas tenha em mente que a velocidade é uma **grandeza estritamente vetorial**.

Saiba Mais!

Galileu (1564-1642) foi um cientista italiano que realizou muitos experimentos com objetos em movimento.

Figura 08 - Cientista Italiano Galileu Galilei



Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Galileu_Galilei#/media/File:Justus_Sustermans_-_Portrait_of_Galileo_Galilei,_1636.jpg

Galileu testou sua hipótese fazendo experiências com o movimento de diversos objetos sobre planos inclinados em vários ângulos.

Antes da época de Galileu, as pessoas descreviam os objetos em movimento simplesmente como “lento” ou “rápido”. Ele foi o primeiro a medir velocidades levando em conta a distância percorrida e o tempo decorrido.

Referência: HEWITT, P. G. Física Conceitual. **Porto Alegre: ArtMed/ Bookman, 2001.**

Exercício Resolvido 1

1 - Determine a relação entre Km/h e m/s. Em seguida, efetue as transformações:

- a) 90 km/h em m/s
- b) 10 m/s em km/h

[Mostrar resposta](#)

Resolução

Sabemos que:

$$1,0km/h = \frac{1,0km}{1,0h} = \frac{1000m}{3600s} = \frac{1,0}{3,6}m/s$$

Portanto:

$$1,0km/h = \frac{1,0}{3,6}m/s$$

$$1,0m/s = 3,6km/h$$

Realizando as transformações, temos:

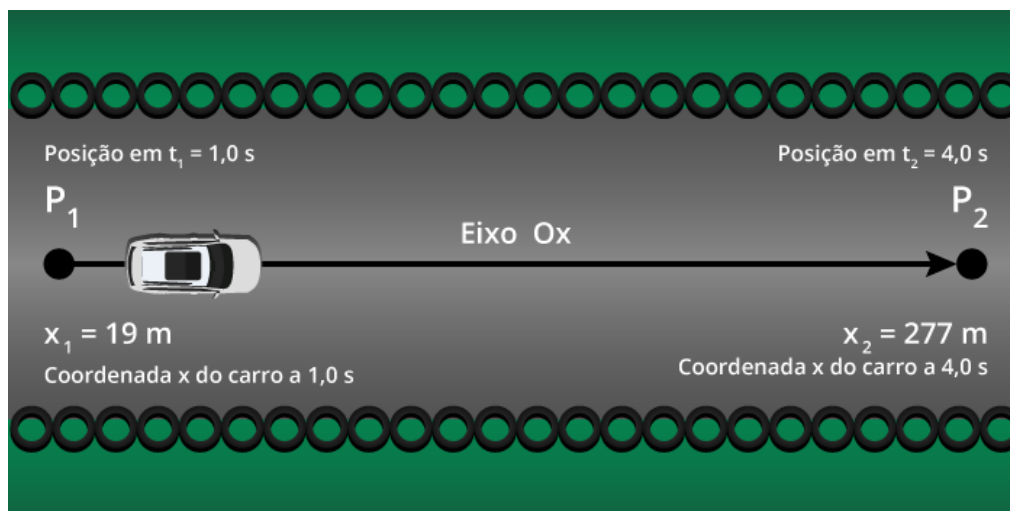
$$\text{a) } 90km/h = 90 \times \frac{1,0}{3,6}m/s = 25m/s$$

$$\text{b) } 10m/s = 10 \times (3,6km/h) = 36km/h$$

Note que para converter km/h em m/s dividimos o valor em km/h por 3,6. Já para converter m/s em km/h multiplicamos o valor em m/s por 3,6.

2 - De volta ao jogo de corrida. Suponha que você esteja dirigindo o carro em um trecho retilíneo. Escolhemos o eixo O_x para nosso sistema de coordenadas ao longo do trecho retilíneo, com a origem O posicionada no início da reta. Calcule a velocidade média do carro entre os pontos P_1 e P_2 .

Figura 09 - Questão 02.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Observe que x é positivo à direita do ponto de origem (O), e negativo à esquerda dele.

[Mostrar resposta](#)

Resolução ?

Calculando a velocidade média do carro entre esses dois pontos, temos:

Fazemos a diferença entre as posições e o tempo,

$$\Delta x = (x_2 - x_1) = (277\text{m} - 19\text{m}) = 258\text{m}$$

$$\Delta t = (t_2 - t_1) = (4,0\text{s} - 1,0\text{s}) = 3,0\text{s}$$

Em seguida, calculamos a razão das variações Δx e Δt :

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{258m}{3,0s} = 86m/s$$

3.2 - Velocidade instantânea

A velocidade instantânea é a velocidade em cada instante de tempo. O valor indicado pelo velocímetro do carro em determinado instante nos dá o valor absoluto da velocidade instantânea.

Tanto a velocidade escalar média quanto a velocidade escalar instantânea são grandezas escalares, visto que essas grandezas não informam nem a direção nem o sentido do movimento.

Quando o intervalo de tempo em que se mede o deslocamento é infinitamente pequeno,

$$\Delta t \rightarrow 0$$

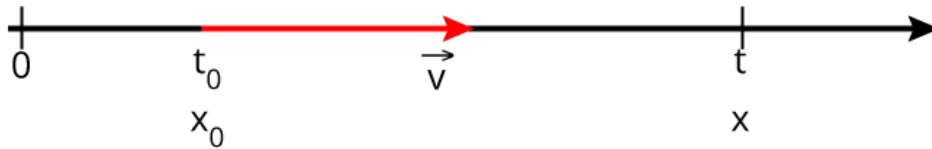
a velocidade média é igual à velocidade nesse instante. Note que, a velocidade instantânea é a velocidade média calculada em um intervalo de tempo infinitamente pequeno.

No Movimento Retilíneo Uniforme (MRU), não há diferença entre velocidade média e instantânea, e a única grandeza que varia com o tempo é a posição.

3.3 - Função da posição em relação ao tempo

A função da posição em relação ao tempo do ponto material no MRU é a expressão matemática que fornece a posição desse ponto material em qualquer instante t . Estabelecendo o referencial adequado:

Figura 10



Fonte: Elaborado pelo autor.

Fixamos a origem 0 e a posição inicial x_0 medida no instante t_0 a partir dessa origem. Também representamos a velocidade $\vec{v}$ e a posição x do ponto material no instante t .

Quando o módulo da velocidade (v) do ponto material é igual ao módulo de sua velocidade média (v_m) em qualquer intervalo de tempo. A partir da equação da velocidade média, podemos escrever:

$$x = x_0 + v(t - t_0)$$

Admitindo o tempo $t_0 = 0$, a função se torna mais simples:

$$x = x_0 + vt$$

Essa é a função da posição em relação ao tempo. Através dela podemos obter a posição x do ponto material para cada instante t .

4 - Aceleração

4.1 - Aceleração média

Estamos todos familiarizados com a aceleração num automóvel. Quando um motorista de ônibus pisa no pedal do acelerador, os passageiros experimentam uma aceleração ao serem pressionados contra o encosto de seus assentos.

Num determinado intervalo de tempo de um movimento variado de um ponto material pode ocorrer um aumento ou uma diminuição da velocidade escalar. Sempre que a velocidade varia, dizemos que esse ponto material foi acelerado.

Quantitativamente, a **aceleração escalar média** a de um móvel é obtida pelo quociente entre a variação da sua velocidade escalar Δv e o intervalo de tempo Δt correspondente.

$$\text{Aceleração escalar média} = \frac{\text{variação da velocidade}}{\text{intervalo de tempo}} = \frac{v-v_0}{t-t_0} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

O termo aceleração aplica-se tanto para a **diminuição** como para o **aumento** da velocidade.

Da mesma forma que definimos a velocidade vetorial média, vamos fazer o mesmo com a aceleração. A **aceleração vetorial média** será a razão entre a variação do vetor velocidade e a variação do tempo.

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

Assim como a velocidade, a **aceleração** $\vec{a}$ **também é uma grandeza estritamente vetorial.**

A unidade de aceleração é a razão entre a unidade de velocidade e a unidade de tempo. No sistema internacional (SI), a unidade de medida de aceleração é o m/s^2 .

Quando a trajetória de um ponto material é retilínea e a velocidade varia de maneira uniforme, dizemos que o ponto material tem **Movimento Retilíneo Uniformemente Variado (MRUV)**. Isto é, que o módulo da velocidade aumenta ou diminui valores iguais em intervalos de tempo iguais.

4.2 - Aceleração instantânea

Quando você dirigiu o carro do jogo de corrida no início da aula, talvez tenha percebido que os carros já saem em alta velocidade. Assim, o carro já possui nos primeiros instantes de tempo da corrida uma aceleração alta.

Caso fosse necessário encontrar o valor da aceleração num intervalo de tempo muito pequeno, a aceleração escalar média se aproximaria ainda mais da aceleração escalar instantânea.

A aceleração escalar instantânea a é a aceleração média num instante, ou seja, num intervalo de tempo infinitamente pequeno:

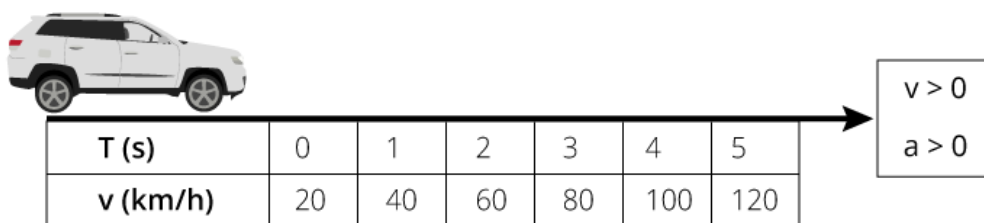
$$\Delta t \rightarrow 0$$

Podemos ter dois tipos de movimentos: **movimento acelerado e movimento retardado**.

4.3 - Movimento acelerado

O movimento acelerado ocorre quando o módulo da velocidade escalar aumenta no decorrer do tempo. Isso acontece quando a velocidade escalar e a aceleração escalar têm o mesmo sinal.

Figura 11 - Tabela mostrando o aumento de velocidade do carro com o passar do tempo, caracterizando que existe uma aceleração positiva no movimento.

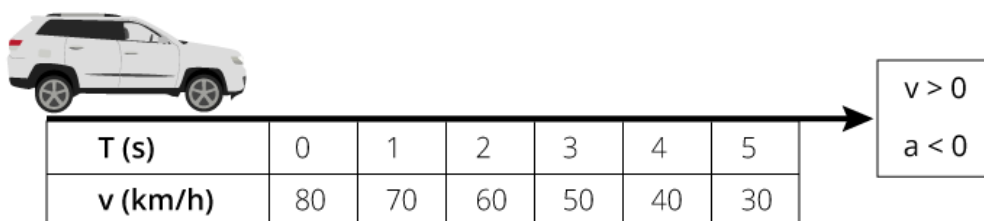


Note que à medida que o tempo evolui, a velocidade aumenta em 20 km/h.

4.4 - Movimento retardado

Já no movimento retardado, o módulo da velocidade escalar diminui no decorrer do tempo. Ocorre quando a velocidade escalar e a aceleração escalar têm sinais contrários.

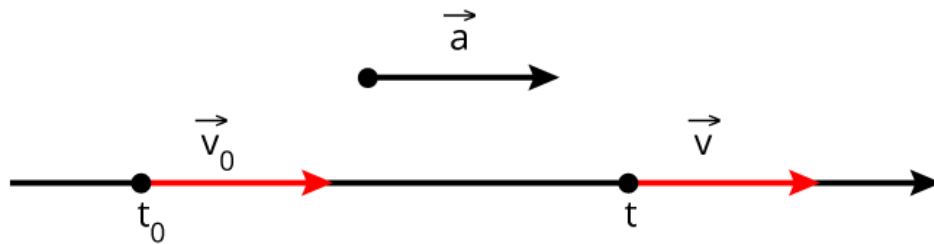
Figura 12 - Tabela mostrando a diminuição de velocidade do carro com o passar do tempo, caracterizando que existe uma aceleração negativa no movimento.



Note que à medida que o tempo evolui, a velocidade diminui em 10 km/h. Ou seja, o motorista está pisando no freio.

4.5 - Função da velocidade em relação ao tempo

Figura 13 - Representação esquemática mostrando o aumento de velocidade de um corpo com o tempo, ocorrendo aceleração no movimento.



Como a aceleração é constante, o módulo da aceleração a do ponto material, em qualquer instante, é igual ao módulo da sua aceleração em qualquer intervalo de tempo.

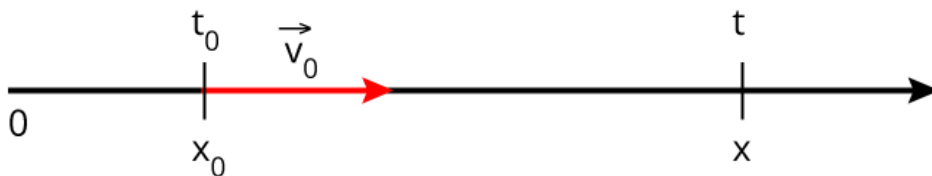
A partir da expressão da aceleração média e admitindo o tempo $t_0 = 0$. Podemos escrever:

$$v = v_0 + at$$

Essa é a função da velocidade em relação ao tempo t de um ponto material em MRUV.

4.6 - Função da posição em relação ao tempo

Figura 14 - Representação esquemática mostrando a variação de posição de um corpo com o tempo, também ocorrendo aceleração no movimento.



Através da função da posição em relação ao tempo do ponto material no MRUV, é possível determinar a sua posição x em qualquer instante t .

A equação da posição x de um ponto material em relação ao tempo t é dada pela expressão:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

4.7 - Função da velocidade em relação à posição (Equação de Torricelli)

As funções horárias de espaço e velocidade permitem a dedução de uma terceira expressão. Segue abaixo a equação:

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta x$$

Essa sentença matemática, conhecida como **equação de Torricelli**, expressa a velocidade obtida por um móvel com um deslocamento Δx com velocidade inicial (v_0) e aceleração constante (a), sem envolver a grandeza tempo.

Exercício resolvido 2

1 - Um carro percorre uma estrada reta, num determinado sentido, com aceleração constante. No instante $t_0 = 0$, o módulo da sua velocidade é $v_0 = 5,0m/s$; no instante $t = 10s$, $v = 30m/s$. Com base nisso, determine:

- (a) O tipo de movimento desse carro;
- (b) A aceleração;
- (c) A função da velocidade em relação ao tempo;
- (d) A velocidade no instante $t = 7s$;
- (e) O instante em que o módulo da velocidade é $v = 15m/s$.

[Mostrar resposta](#)

Resolução ?

(a) Como a trajetória é retilínea e a aceleração constante, o movimento é retilíneo uniformemente variado (MRUV).

(b)

Sendo $v_0 = 5,0m/s$ e $v = 30m/s$ para $t = 10s$, temos:

$$a = \frac{v-v_0}{t-t_0} = \frac{30-5,0}{10-0} = 2,5m/s^2$$

(c)

$$\begin{aligned}v &= v_0 + at \\v &= 5,0 + 2,5 \cdot t\end{aligned}$$

(d)

Sendo $v_0 = 5,0m/s$ e $a = 2,5m/s^2$, obtemos:

$$v = v_0 + at$$

$$v = 5,0 + 2,5 \cdot 7,0 \text{ br } v = 22,5m/s^2$$

(e)

Para $15m/s$, temos:

$$v = 5,0 + 2,5 \cdot t$$

$$15 = 5,0 + 2,5 \cdot t$$

$$t = 4s$$

2 - Um carro parte do repouso e adquire movimento retilíneo com aceleração constante de módulo $a = 4,0m/s^2$. Qual é a velocidade desse carro, em km/h, após um percurso de 200m?

[Mostrar resposta](#)

Resolução 

$$\begin{aligned}v^2 &= v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta x \\v^2 &= 0^2 + 2 \cdot 4,0 \cdot 200 \\v^2 &= 1600 \\v &= 40m/s\end{aligned}$$

Para obter a velocidade em km/h:

$$\begin{aligned}v &= 40 \cdot 3,6 \\v &= 144km/h\end{aligned}$$

5 - Simulação

Observe na simulação abaixo que quando você desloca o homem, os valores de posição, velocidade e aceleração são alterados.

[Clique aqui](#) para realizar o download.

6 - Resumo

Nesta aula, estudamos vários conceitos da Cinemática, como o conceito de movimento relativo, no qual podemos classificar o estado de repouso ou de movimento de um objeto dependendo do referencial adotado. Estudamos também a diferença entre ponto material e corpo extenso. Vimos que o movimento de um objeto, visto por um observador, depende do referencial onde ele está localizado. Em seguida, aprendemos sobre as diferenças entre os conceitos de trajetória, posição e deslocamento. Todos esses conceitos nos permitiram estudar a velocidade média e a velocidade instantânea, bem como a aceleração média e a aceleração instantânea de alguns corpos. Finalizamos com o estudo das funções: função da velocidade em relação ao tempo, função da posição em relação ao tempo e a função da velocidade em relação à posição, dada pela equação de Torricelli.

Leitura Complementar

ANGRY birds. Disponível em: <<http://chrome.angrybirds.com/>>. Acesso em: 14. dez. 2014.

FEYNMAN, R. P. **Física em seis lições**. Rio de Janeiro: Ediouro, 1999..

HEWITT, P. G. **Física Conceitual**. Porto Alegre: ArtMed/ Bookman, 2001.

MOTOR Box2d. Disponível em: <<http://box2d.org/>>. Acesso em 14. dez. 2014.

MOTOR Vamos. Disponível em:<<http://vamos.sourceforge.net/>>

PALMER, Grant R. **Physics for Game Programmers**. Apress, 2005.

TRACKER : ferramenta de modelagem. Disponível em: <<https://www.cabrillo.edu/~dbrown/tracker/>>

VDRIFT . <http://vdrift.net/>. Acesso em: 14. dez. 2014.

Referências

FUKE, Iuiz Felipe; Yamamoto, Kazuhito. **Física para o Ensino Médio**. 3. ed. São Paulo: Saraiva, 2013. Vol. 1.

GASPAR, Alberto. **Física**. São Paulo: Ática, 2009. Vol. 1

MÁXIMO, A.; ALVARENGA, B. **Física contexto e aplicações**, 1ª. ed. São Paulo: Editora Scipione, 2013. Vol. 1

MOTOR Box2d. Disponível em : . Acesso em: 14. dez. 2014.

YOUNG , H. D. ; FREEDMAN, R. A. **Física I, Mecânica. Tradução de** Sears & Zemansky. 12. ed. São Paulo: Addison Wesley, 2008.