

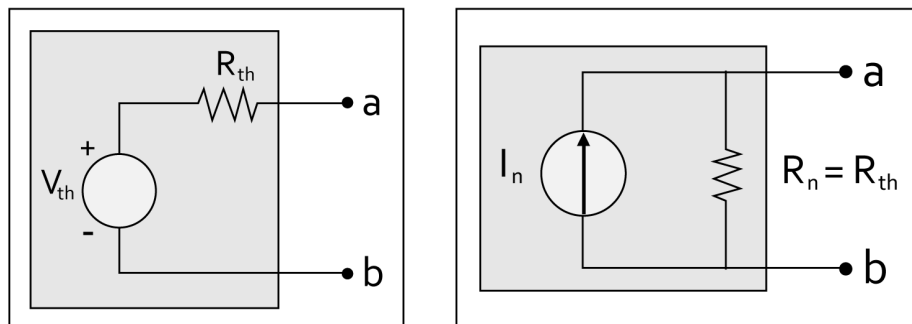
Conceitos de Eletricidade

Aula 06 - Teorema de Norton

Apresentação

Olá, seja bem-vindo à aula 06 de Conceitos de Eletricidade! Nela aprenderemos sobre um teorema que irá auxiliá-lo para resolução de circuitos elétricos: o **Teorema de Norton**. Ele se assemelha ao Teorema de Thévenin, visto na aula passada. A diferença entre eles é que, por meio do Teorema de Norton, em qualquer circuito equivalente há uma fonte de corrente, além de serem trazidas facilidades na análise de circuitos complexos e com valores variáveis.

Figura 01 - Diferença entre os Equivalentes de Thévenin e Norton.



Fonte: Autoria própria.

Ficou curioso? Então prepare-se para conhecer o Teorema de Norton. Vamos lá!

Objetivos

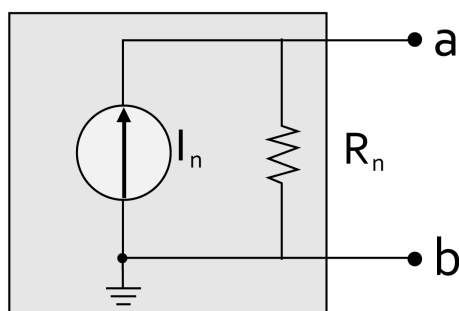
- Conhecer o Teorema de Norton;
- Aprender sobre as aplicações do Teorema de Norton;
- Aprender a usar o método experimental do Teorema de Norton.

Teorema de Norton

O Teorema de Norton, assim como o de Thévenin, permite reduzir circuitos complexos para uma forma de análise mais simples. De acordo com ele, **“qualquer circuito de corrente contínua de dois terminais pode ser substituído por um circuito equivalente que consista somente de uma fonte de corrente e de um resistor em paralelo”**.

O modelo do circuito equivalente de Norton pode ser visto na **Figura 2**.

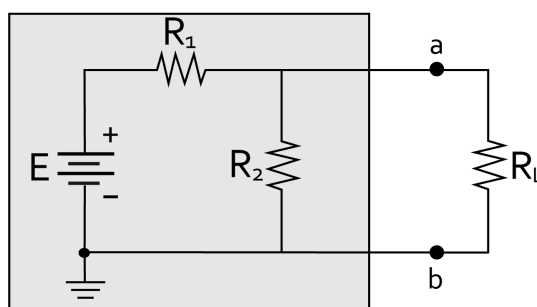
Figura 02 - Circuito equivalente de Norton.



Fonte: Autoria própria.

Agora veja a **Figura 3** que representa um circuito para o qual queremos obter um equivalente de Norton.

Figura 03 - Circuito elétrico.



Fonte: Autoria própria.

Para isso, utilizaremos o **Teorema de Norton** e teremos de seguir uma sequência de passos para obter o circuito equivalente:

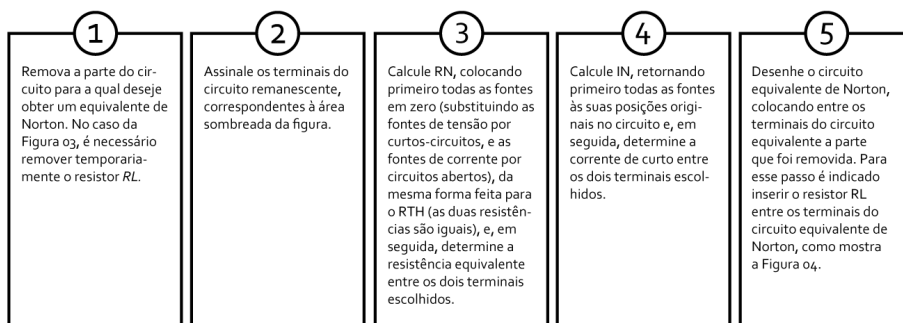
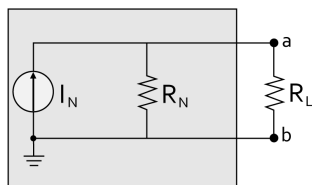


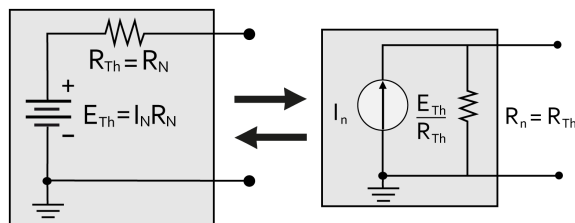
Figura 04 - Circuito elétrico.



Fonte: Autoria própria.

Podemos perceber que há uma grande semelhança entre os Teoremas de Norton e Thévenin. Isso é facilmente explicado, pois Norton usou o Teorema de Thévenin como base, modificando apenas a forma de análise em termos de fontes de corrente e tensão. Dizemos que **o circuito equivalente de Norton é um desenvolvimento do dual do Teorema de Thévenin**. Os dois circuitos podem ser facilmente relacionados, como podemos ver na **Figura 5**.

Figura 05 - Circuito elétrico.



Fonte: Autoria própria.

Saiba Mais!



Edward Lawry Norton (1898-1983).

Fonte: <http://www.ece.rice.edu/~dhj/norton/>. Acesso em: 18 de Ago. 2017.

Edward Lawry Norton, famoso por ter desenvolvido o Teorema que leva seu nome, nasceu em Rockland, Maine, em 28 de julho de 1898. Ele serviu como operador de rádio na Marinha dos EUA entre 1917 e 1919 e frequentou a Universidade do Maine, por um ano antes, onde cursou Engenharia Elétrica. Para conhecer um pouco mais sobre sua história, dê uma olhada nesse link: <http://www.ece.rice.edu/~dhj/norton/>

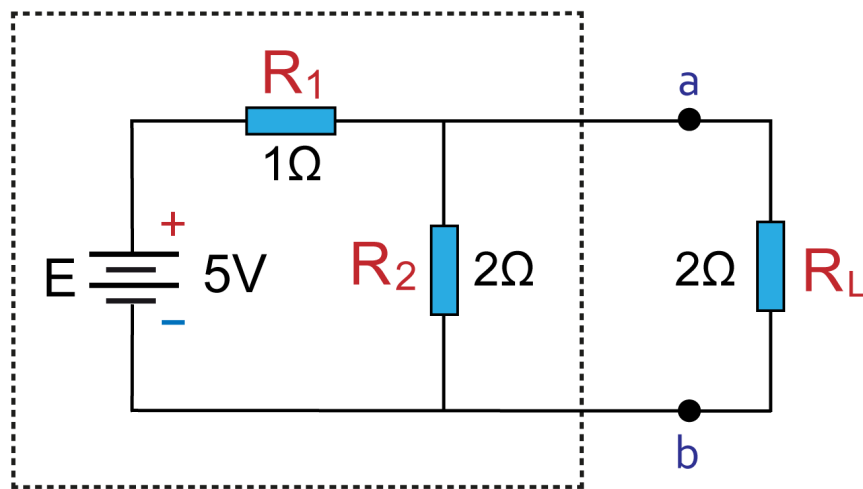
Para facilitar a compreensão desse assunto, veja alguns exemplos que foram preparados para você:

Exemplos 01 e 02

Exemplos 01

Determine o circuito equivalente de Norton para a área destacada da Figura 06.

Figura 06 - Circuito elétrico.

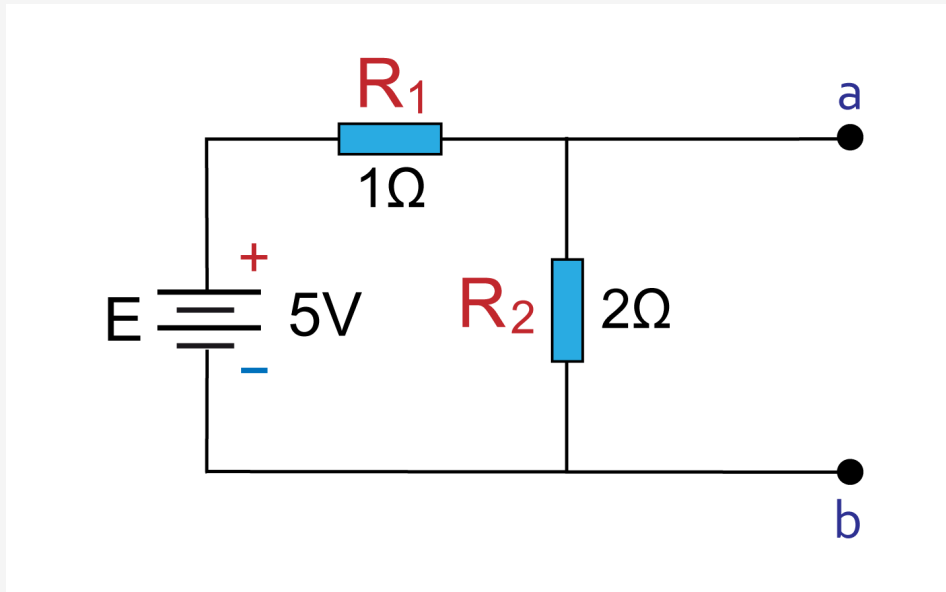


Fonte: Autoria própria.

Para resolver, seguiremos os passos do teorema.

Removeremos a parte da qual queremos obter o circuito equivalente e marcaremos os terminais restantes.

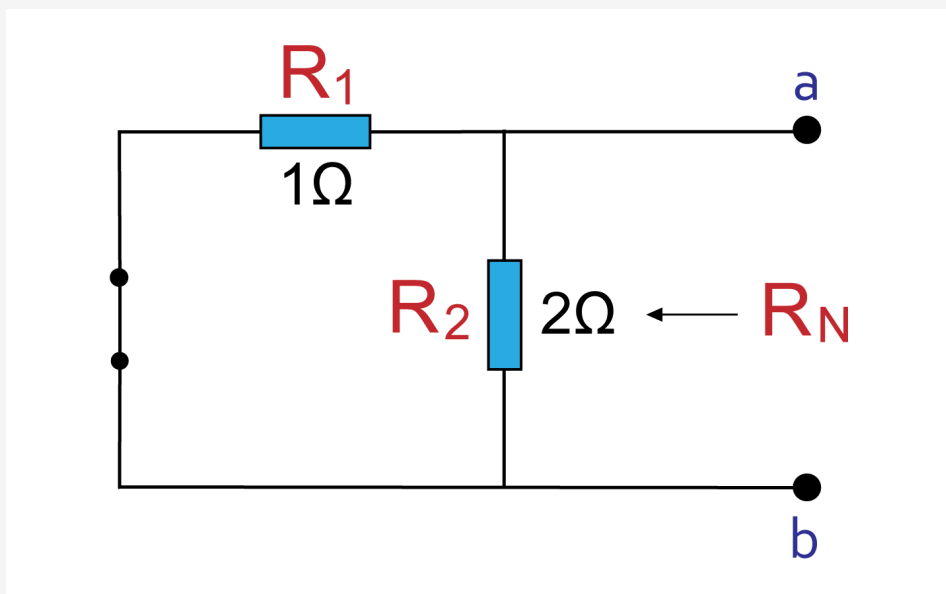
Figura 07 - Circuito elétrico.



Fonte: Autoria própria.

Para obter o R_N , substituiremos a fonte de tensão por um curto circuito e calcularemos a resistência equivalente.

Figura 08 - Circuito elétrico.



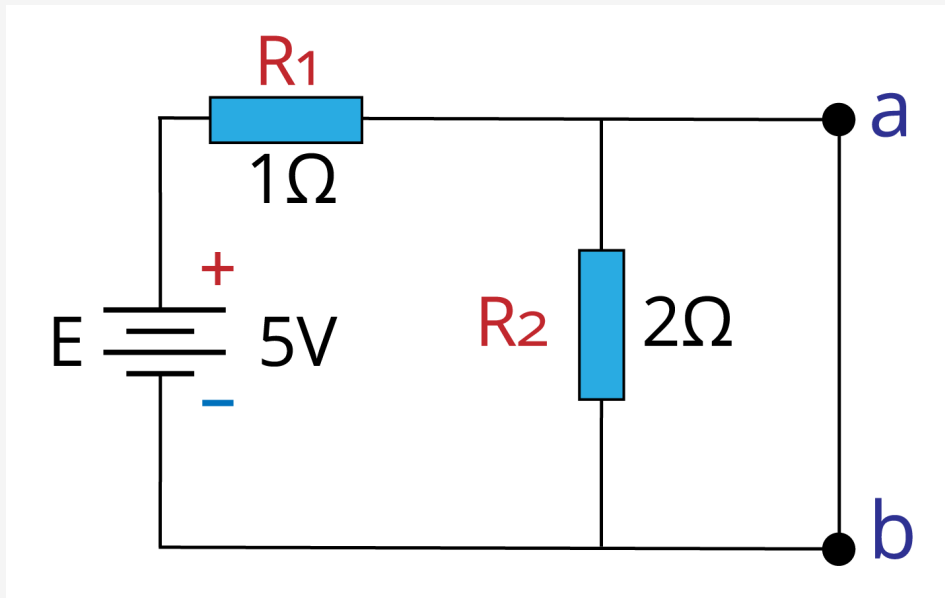
Fonte: Autoria própria.

$$R_N = R_1 \parallel R_2 = \frac{2}{3} = 0,66\Omega$$

Utilizaremos o circuito da Figura 07 para calcular o I_N . Para isso, vamos curto-circuitar os terminais de R_L . Podemos ver que o curto em a e b tira qualquer efeito em R_2 , bastando, assim, calcular a corrente em R_1 , que é a

corrente I_N .

Figura 09 - Circuito elétrico.

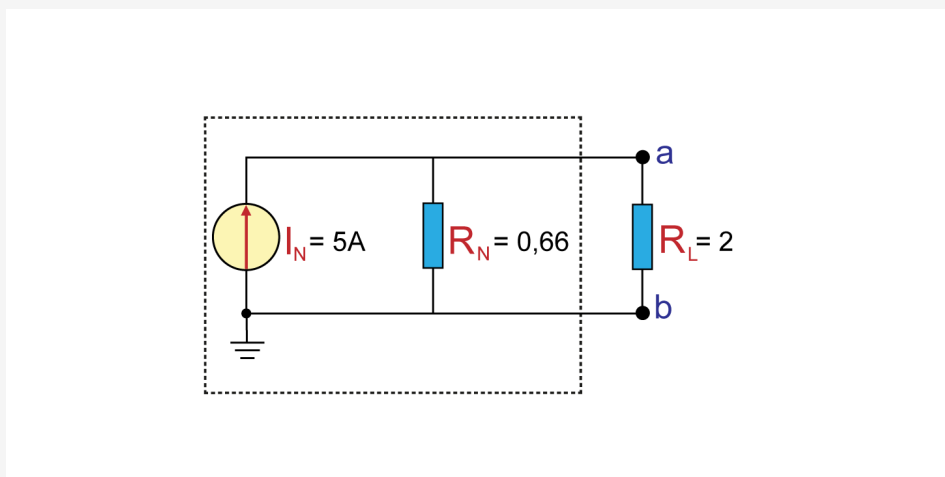


Fonte: Autoria própria.

$$I_N = \frac{E}{R_1} = \frac{5}{1} = 5A$$

Desenharemos o circuito equivalente de Norton.

Figura 10 - Circuito elétrico.



Fonte: Autoria própria.

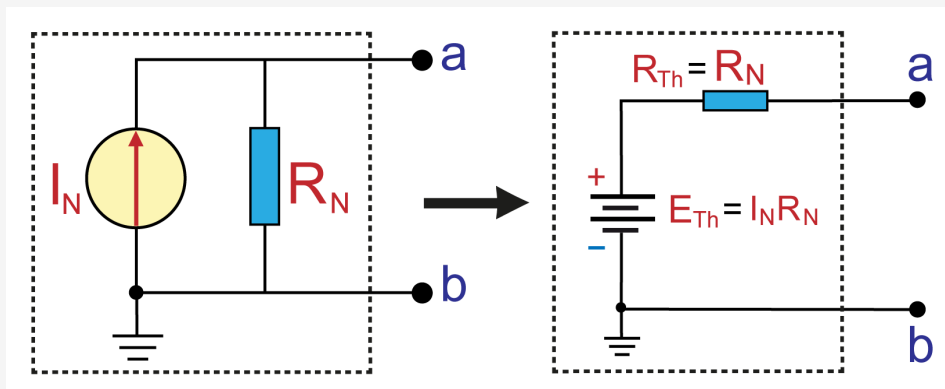
Perceba que agora, independentemente do valor de R_L , podemos calcular facilmente o valor da sua corrente usando o divisor de corrente.

$$I_l = \frac{R_N I_N}{R_N + R_L} = \frac{0,66 \cdot 5}{0,66 + 2} = 1,25A$$

Se você achou esse resultado familiar, volta lá no **exemplo 01 da aula sobre o Teorema de Thévenin** e veja que usamos o mesmo exemplo e tivemos o mesmo resultado para os dois teoremas.

Na Figura 11 podemos ver como fazer a conversão entre os dois circuitos equivalentes.

Figura 11 - Conversão do circuito equivalente de Norton para o circuito equivalente Thévenin.

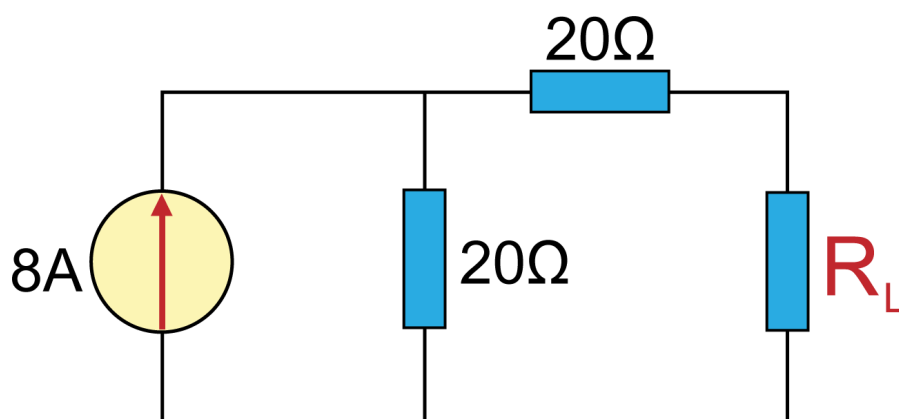


Fonte: Autoria própria.

Exemplos 02

Determine o circuito equivalente de Norton para o circuito externo visto pelo resistor R_L .

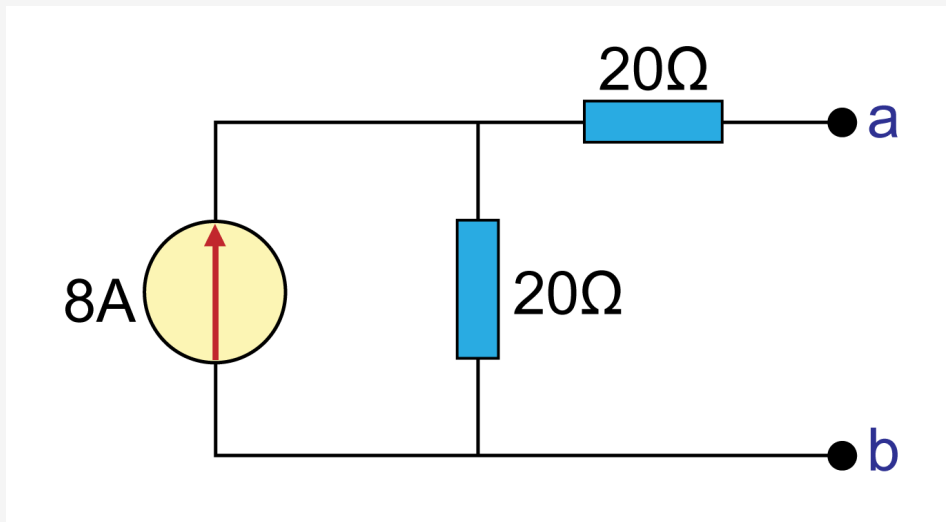
Figura 12 - Circuito elétrico.



Fonte: Autoria própria.

Removeremos a parte da qual queremos obter o circuito equivalente e marcaremos os terminais restantes.

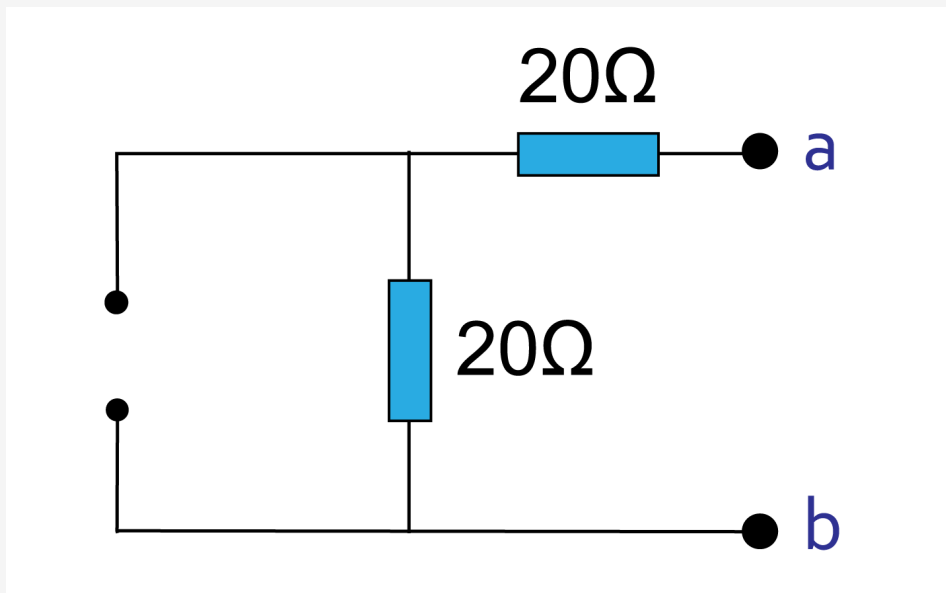
Figura 13 - Circuito elétrico.



Fonte: Autoria própria.

Para obter o R_N , substituiremos a fonte de tensão por um curto circuito e calcularemos a resistência equivalente.

Figura 14 - Circuito elétrico.

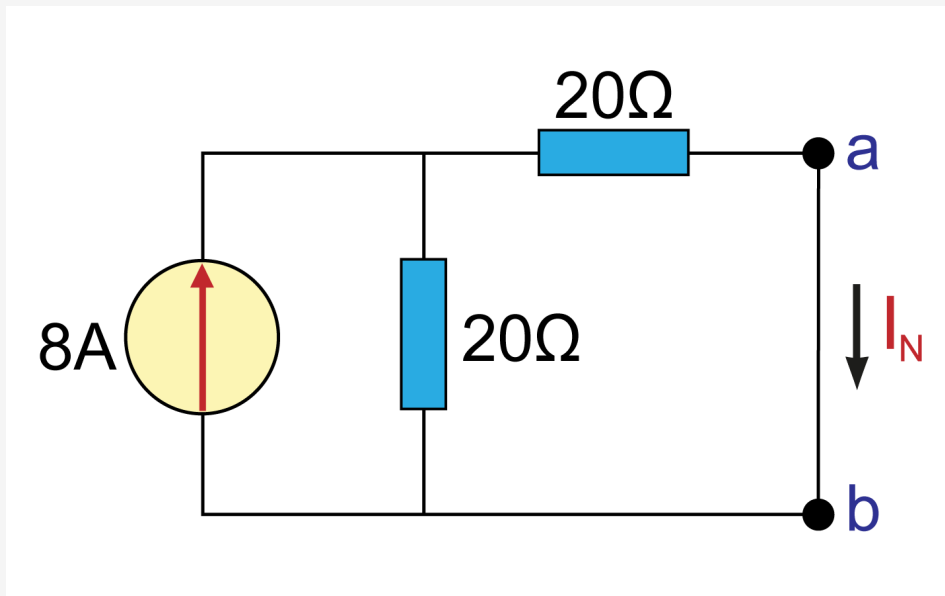


Fonte: Autoria própria.

$$R_N = 20\Omega + 20\Omega = 40\Omega$$

Utilizaremos o circuito da Figura 13 para calcular o I_N . Para isso, vamos curto-circuitar os terminais de R_L .

Figura 15 - Circuito elétrico.



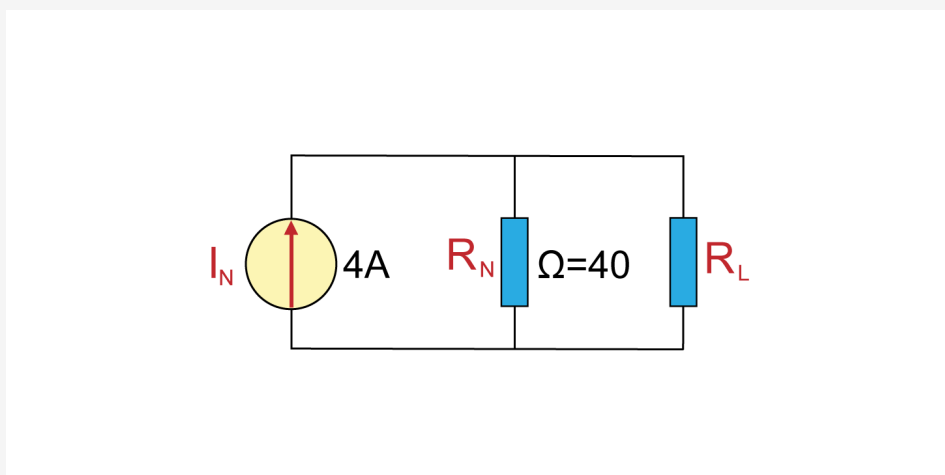
Fonte: Autoria própria.

Usando o divisor de corrente, temos:

$$I_N = \frac{20 \cdot 8}{20 + 20} = 4A$$

Desenharemos o circuito equivalente de Norton.

Figura 16 - Circuito elétrico.



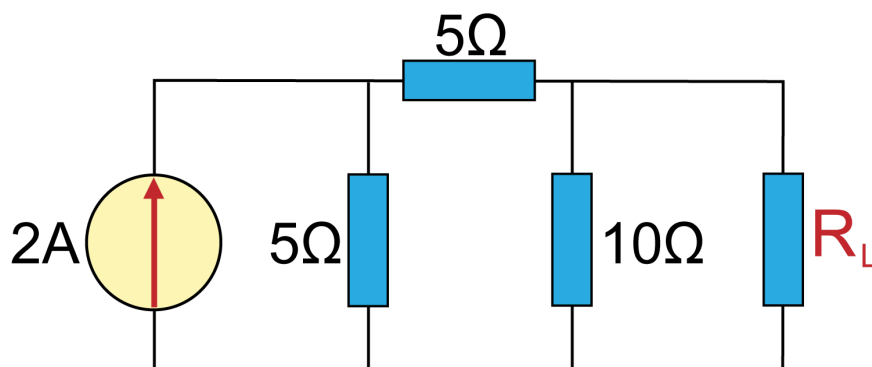
Fonte: Autoria própria.

Exemplos 03 e 04

Exemplos 03

Determine o circuito equivalente de Norton para o circuito externo visto pelo resistor R_L .

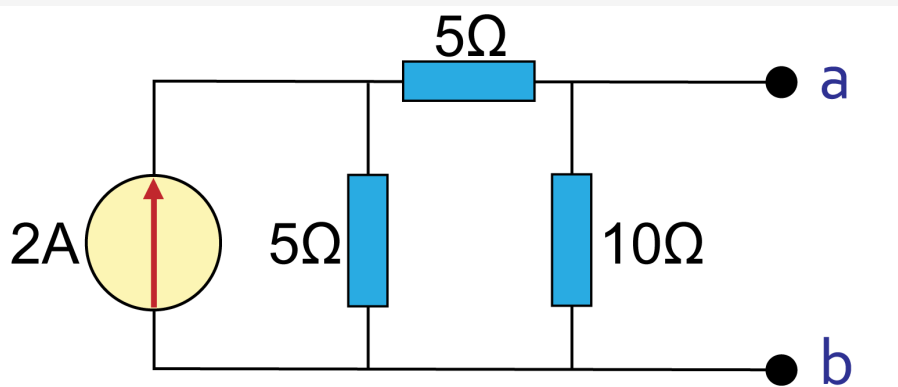
Figura 17 - Circuito elétrico.



Fonte: Autoria própria.

Removeremos a parte da qual queremos obter o circuito equivalente e marcaremos os terminais restantes.

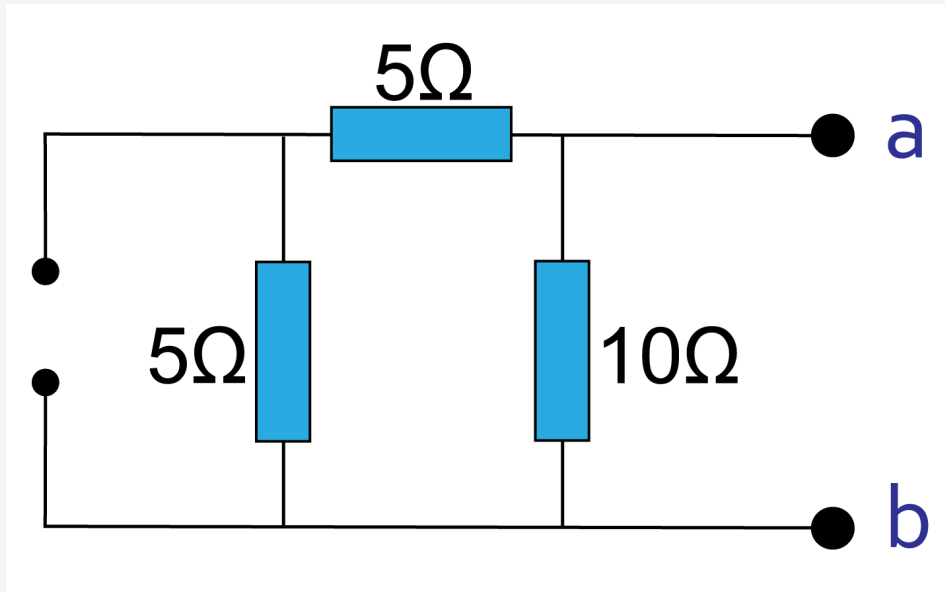
Figura 18 - Circuito elétrico.



Fonte: Autoria própria.

Para obter o R_N , substituiremos a fonte de tensão por um curto circuito e calcularemos a resistência equivalente.

Figura 19 - Circuito elétrico.

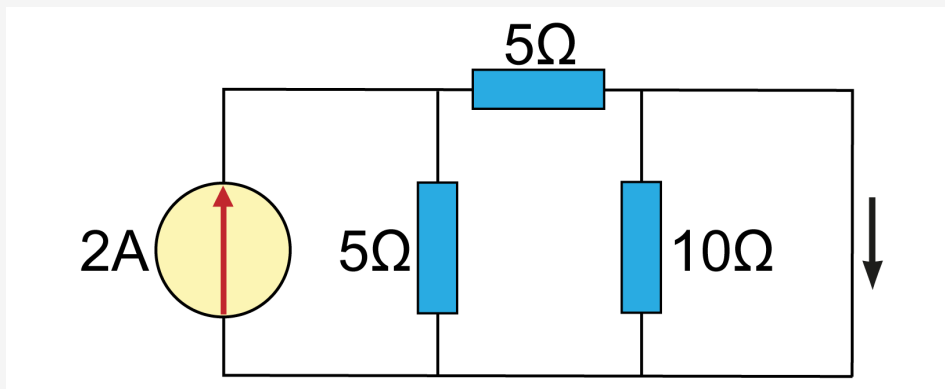


Fonte: Autoria própria.

$$R_N = 5\Omega + 5\Omega \parallel 10\Omega = 5\Omega$$

Utilizaremos o circuito da Figura 18 para calcular o I_N . Para isso, vamos curto-circuitar os terminais de R_L .

Figura 20 - Circuito elétrico.



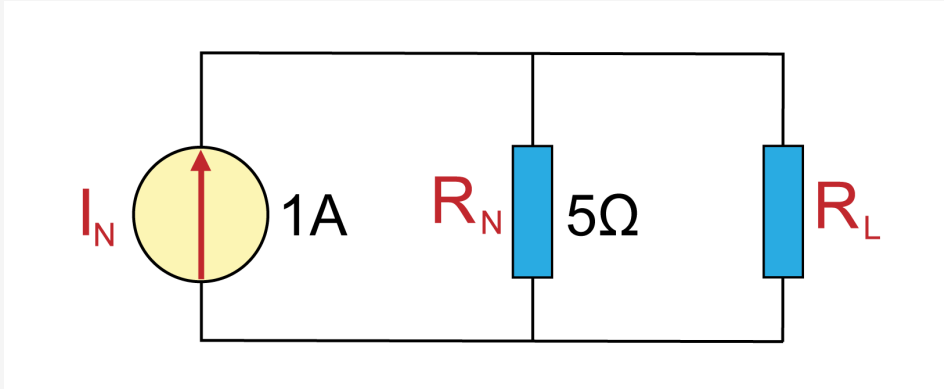
Fonte: Autoria própria.

Podemos ver que o resistor de está em curto-circuito. Assim, a corrente que sai da fonte de 2 A se divide de forma igualmente entre os dois resistores de 5Ω , de modo a termos:

$$I_N = \frac{2A}{2} = 1A$$

Desenharemos o circuito equivalente de Norton.

Figura 21 - Circuito elétrico.

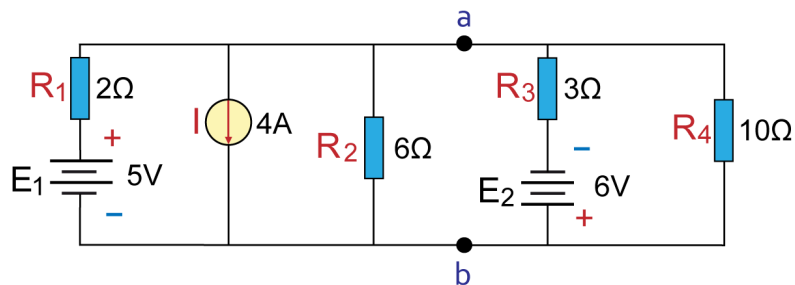


Fonte: Autoria própria.

Exemplos 04

Determine o circuito equivalente de Norton para a parte do circuito à esquerda dos pontos a e b na Figura 22.

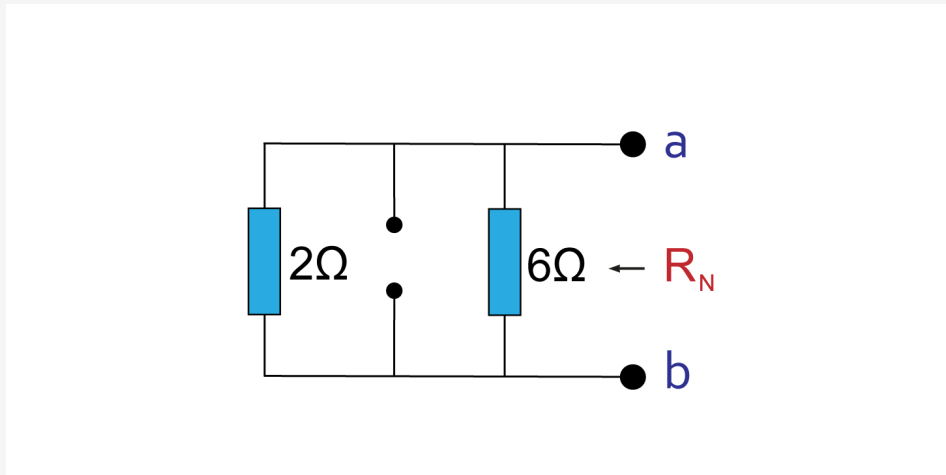
Figura 22 - Circuito elétrico.



Fonte: Autoria própria.

Removeremos a parte da qual queremos obter o circuito equivalente, marcaremos os terminais restantes e obteremos o R_N , substituindo a fonte de tensão por um curto-circuito, e a fonte de corrente por um circuito aberto. Depois, calcularemos a resistência equivalente.

Figura 23 - Circuito elétrico.



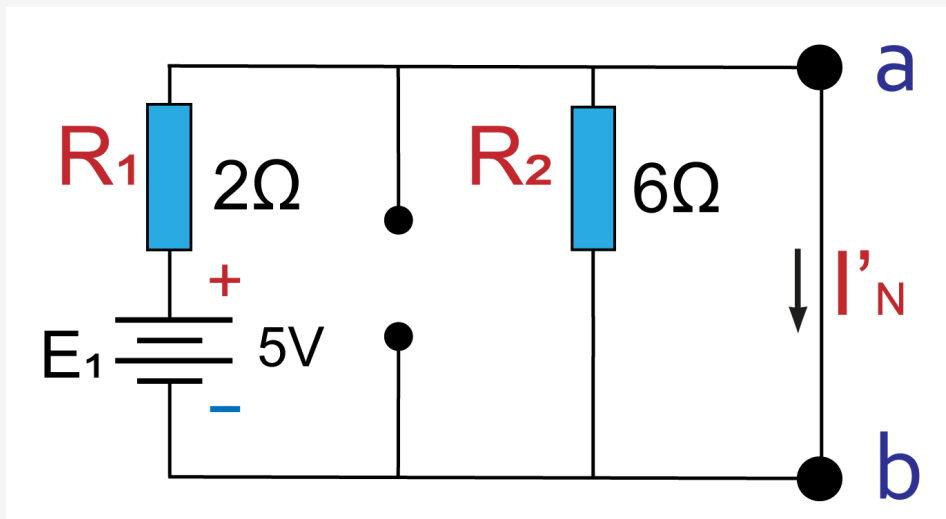
Fonte: Autoria própria.

$$R_N = 2\Omega \parallel 6\Omega = 1,5\Omega$$

Agora recolocaremos as fontes e calcularemos o I_N . Para isso, vamos curto-circuitar os terminais de **a e b**.

Como temos duas fontes, utilizaremos o **Teorema da Superposição** (visto na Aula 04) e trabalharemos com cada fonte individualmente.

Figura 24 - Circuito elétrico.

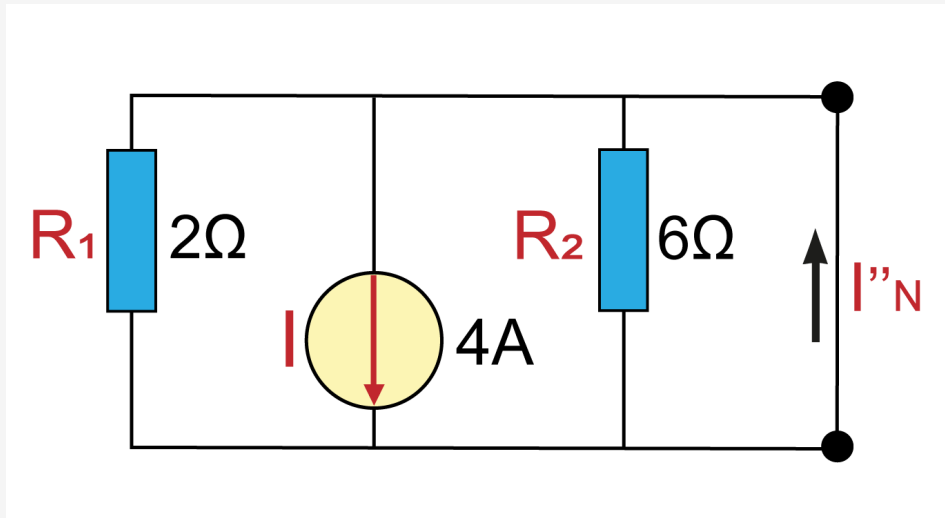


Fonte: Autoria própria.

Para o circuito com a fonte de tensão, podemos ver que o resistor de 6Ω está em curto-circuito. Assim, temos como valor de I'_N :

$$I'_N = \frac{E_1}{R_1} = \frac{5}{2} = 2,5A$$

Figura 25 - Circuito elétrico.



Fonte: Autoria própria.

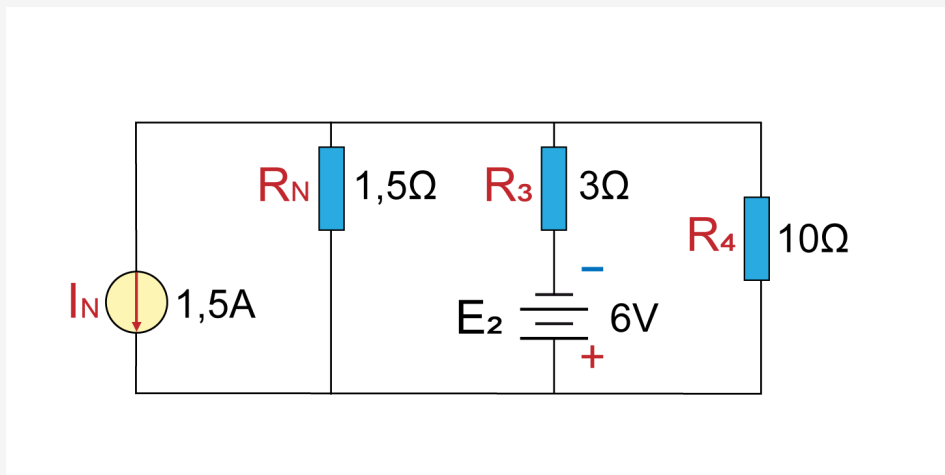
Para o circuito, analisando a fonte de corrente observamos que os resistores R_1 e R_2 estão em curto circuito. Desse modo, $I''_N=4A$

Temos, então, a corrente equivalente a:

$$I_N = I''_N - I'_N = 4 - 2,5 = 1,5A$$

Desenharemos o circuito equivalente de Norton.

Figura 26 - Circuito elétrico.



Fonte: Autoria própria.

Método Experimental

Semelhantemente a como fizemos com Thévenin, podemos também obter os dados do circuito equivalente de Norton de forma experimental. Para isso, faremos uso novamente do Voltímetro e do Ohmímetro, equipamentos que servem, respectivamente, para medir tensão e resistência elétrica. É comum encontrar esses dois medidores em um único equipamento chamado de **Multímetro** (Figura 27). O multímetro mede também outras grandezas, como corrente, capacitância, frequência, temperatura e etc.

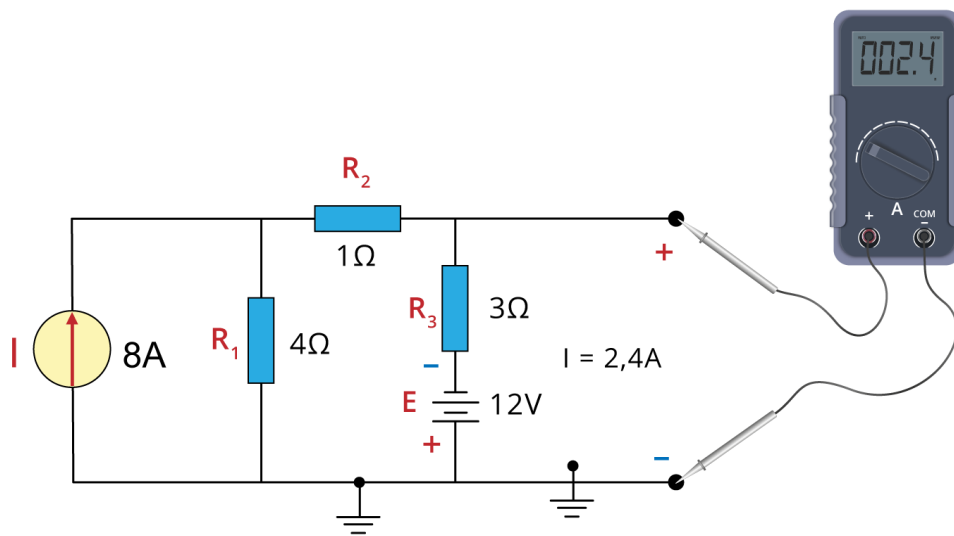
Figura 27 - Multímetro digital.



Fonte: Autoria própria.

Para apresentar a você o método experimental, usaremos como base o circuito da **Figura 28**.

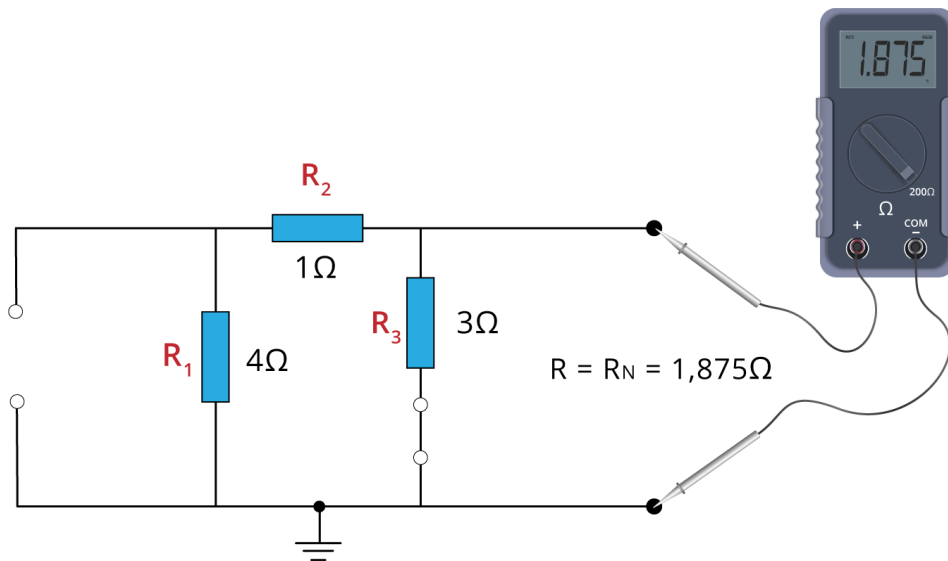
Figura 28 - Circuito Elétrico.



Fonte: Autoria própria.

- Para medir o I_N , utilizaremos as pontas do multímetro, tendo bastante atenção com a polaridade das pontas (da mesma maneira como arbitramos a polaridade das fontes). Perceba na figura que a corrente é de 2,4 A.
- Para medir o R_N , tiraremos as fontes de tensão do circuito para verificar a resistência do circuito no terminal desejado. A **Figura 29** mostra essa medição. **É importante lembrar que não podemos usar o ohmímetro em circuitos energizados.**

Figura 29 - Circuito Elétrico.



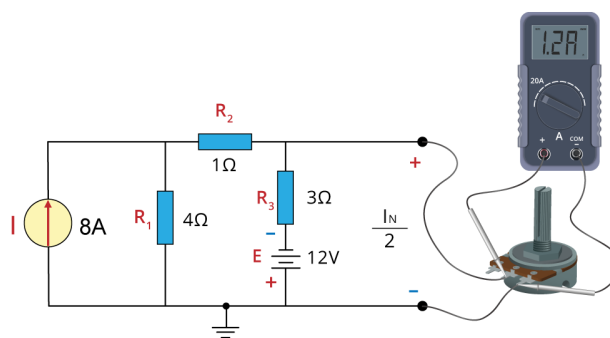
Fonte: Autoria própria.

Um método experimental bem usual para medição da resistência de Norton é com a utilização de um **potenciômetro**, como mostra a **Figura 30**. A vantagem desse método é que não precisamos retirar as fontes do circuito, o que na prática é bem mais comum.

Para obter a medição, teremos os seguintes passos:

1. Conectaremos o potenciômetro aos terminais do circuito (**Figura 30**).
2. Ajustaremos a resistência, de modo a obtermos a metade da Corrente de Norton. Para isso, usaremos o amperímetro. Na **Figura 30** podemos ver a corrente em $1,2\text{ A}$, valor que representa a metade da corrente de Norton para esse circuito.

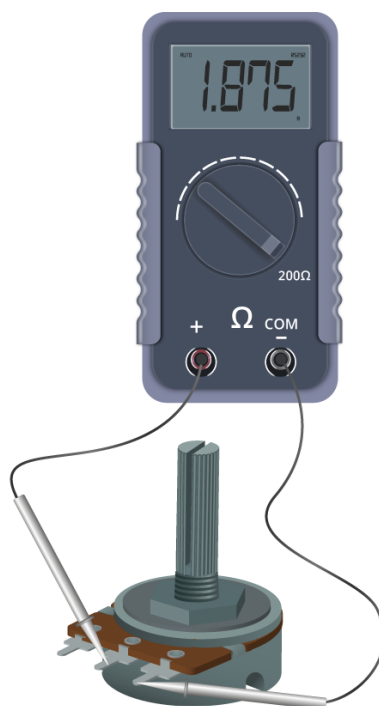
Figura 30 - Circuito Elétrico.



Fonte: Autoria própria.

3. E, por fim, retiramos o potenciômetro do circuito e medimos a sua resistência, como podemos ver na **Figura 31**.

Figura 31 - Circuito Elétrico.



Fonte: Autoria própria.

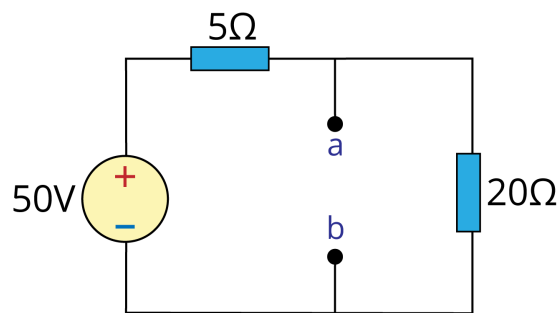
Resumo

Bom, pessoal, chegamos ao fim da Aula 06, na qual aprendemos sobre o Teorema de Norton, a relação existente entre ele e o Teorema de Thévenin, as suas aplicações e a maneira como usar o seu método experimental. Espero que tenham gostado e estejam dispostos a aprender sempre mais. Até a próxima aula!

Autoavaliação

Veja o circuito da figura abaixo e responda:

Figura 32 - Circuito Elétrico.



Fonte: Autoria própria.

1. Determine o circuito equivalente de Norton.
2. Qual a corrente elétrica no terminal se esse circuito for substituído por um resistor de 10Ω .
3. Qual a corrente elétrica no terminal se esse circuito for substituído por um resistor de 2Ω .
4. Qual a corrente elétrica no terminal se esse circuito for substituído por um resistor de 50Ω .

Referências

BOYLESTAD, Robert L. **Introdução à Análise de Circuitos**. 12^a. Ed. São Paulo: Prentice Hall/Pearson, 2015.

ALEXANDER, Charles K.; NO SADIKU, Matthew. **Fundamentos de circuitos elétricos**. 5. ed. São Paulo: McGraw-Hill, 2013.

NILSSON, J. W.; RIEDEL, S. A. **Circuitos Elétricos**. 8^a. Ed. São Paulo: Prentice Hall/Pearson, 2008.