

Conceitos de Eletricidade

Aula 05 - Teorema de Thevenin

Apresentação

Nesta aula apresentaremos o teorema mais importantes para a resolução de circuitos elétricos, o teorema de Thévenin que é um dos mais utilizados em análise de circuito elétricos pois traz várias facilidades na análise de circuitos complexos e com valores variáveis.

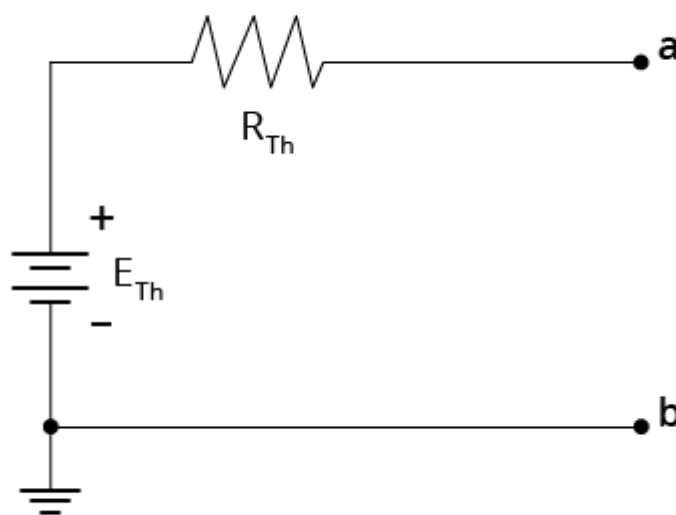
Objetivos

- Conhecer o teorema de Thévenin
- Aprender sobre suas aplicações
- Aprender a usar o método experimental do teorema de Thévenin

Teorema de Thévenin

O teorema de Thévenin permite reduzir circuitos complexos para uma forma de análise mais simples. Esse Thévenin afirma que: “Qualquer circuito de corrente contínua de dois terminais pode ser substituído por um circuito equivalente que consista somente de uma fonte de tensão e de um resistor em série”. Esse circuito chamamos de Circuito equivalente de Thévenin e é apresentado na **Figura 1**.

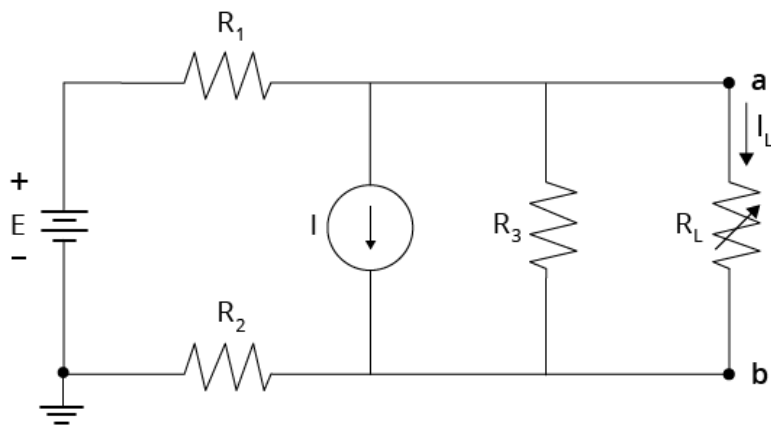
Figura 01 - Circuito equivalente de Thévenin.



Fonte: Autoria própria.

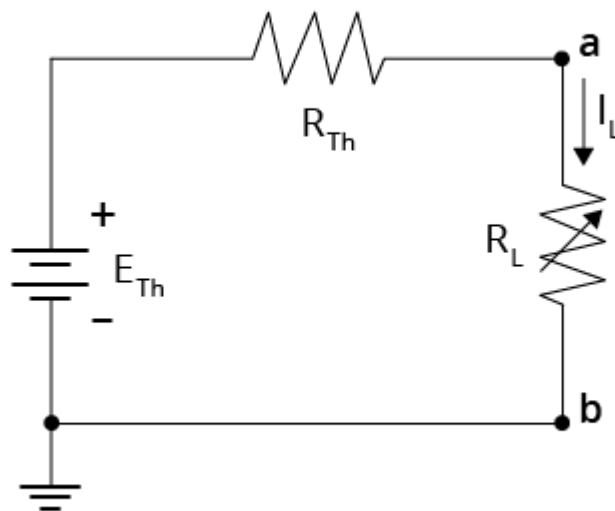
O teorema diz que podemos substituir o circuito de maior complexidade como demonstrado na **Figura 2**, pelo circuito da **Figura 3** que como podemos ver é bem mais simples.

Figura 02 - Circuito elétrico.



Fonte: Autoria própria.

Figura 03 - Circuito elétrico equivalente ao da Figura 2.



Fonte: Autoria própria.

Para utilizar o teorema devemos seguir os seguintes passos:

1. Remova a parte do circuito para a qual deseja obter um equivalente de Thévenin. No caso da Figura 02, é necessário remover temporariamente o resistor R_L .
2. Assinale os terminais do circuito remanescente. Área sombreada da figura.

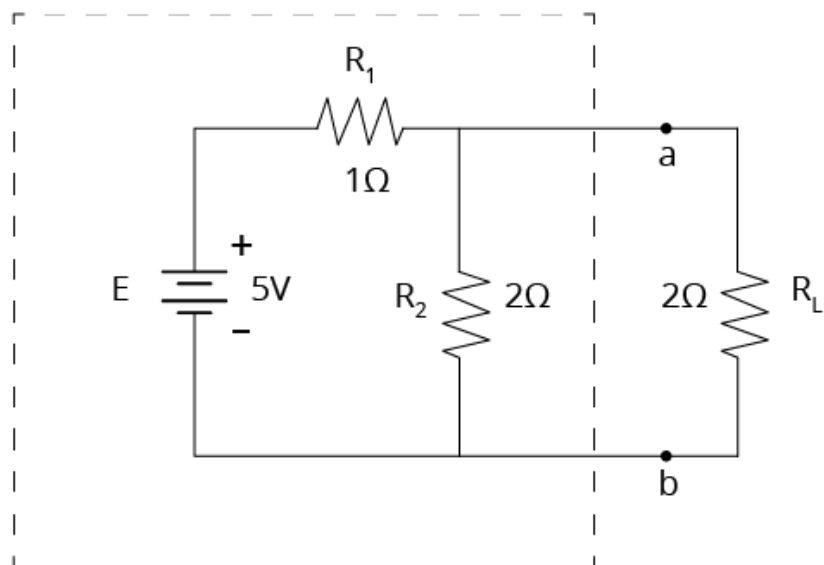
3. Calcule R_{th} , colocando primeiro todas as fontes em zero (substituindo as fontes de tensão por curtos-circuitos e as fontes de corrente por circuitos abertos, de forma semelhante ao que foi visto na aula anterior), e, em seguida, determine a resistência equivalente entre os dois terminais escolhidos.
4. Calcule E_{Th} retornando primeiro todas as fontes às suas posições originais no circuito, e, em seguida, determine a tensão entre os dois terminais escolhidos.
5. Desenhe o circuito equivalente de Thévenin e recoloque entre os terminais do circuito equivalente a parte que foi previamente removida. Esse passo é indicado pela inserção do resistor R_L entre os terminais do circuito equivalente de Thévenin, como indicado pela Figura 03.

Para apresentar esse assunto de uma forma que facilite o entendimento vamos utilizar alguns exemplos.

Exemplo 01

Determine o circuito equivalente de Thévenin da área sombreada **Figura 4** e a corrente em $R_L = 2\Omega$.

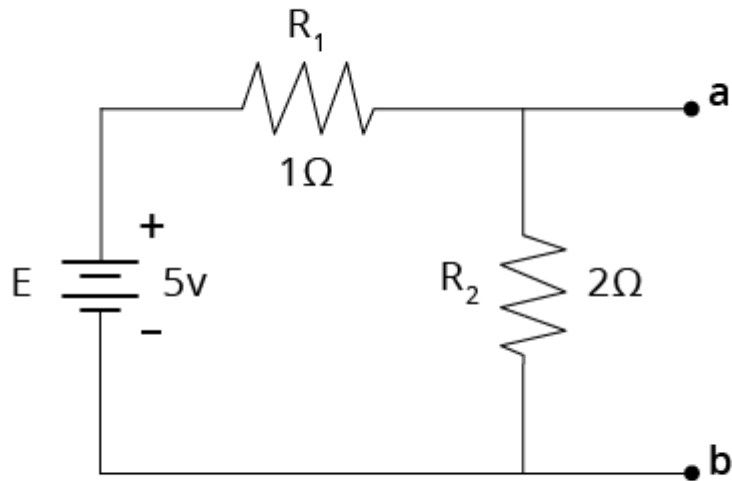
Figura 04 - Circuito elétrico.



Fonte: Autoria própria.

Aplicando os **passos 1 e 2** para o circuito, temos:

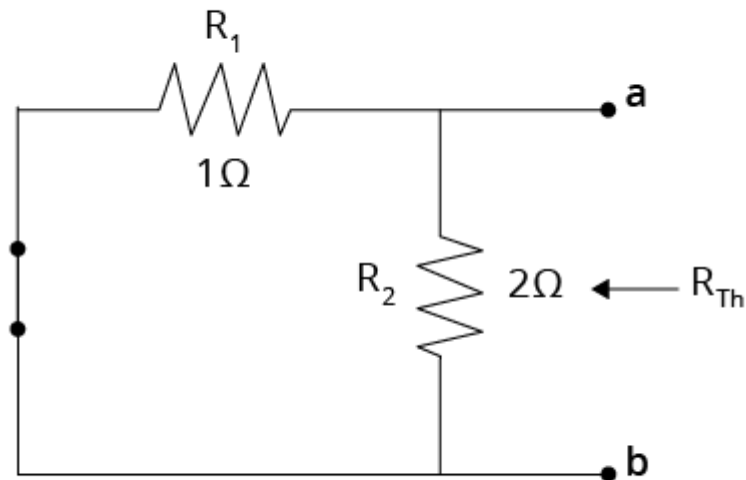
Figura 05 - Circuito elétrico.



Fonte: Autoria própria.

Aplicando o **passo 03** e calculando a resistência de Thévenin no circuito da **Figura 6**, temos:

Figura 06 - Circuito elétrico.



Fonte: Autoria própria.

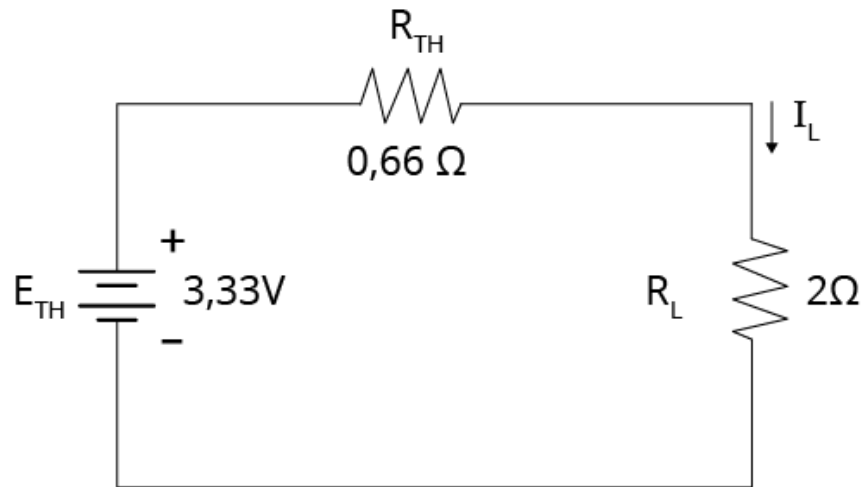
$$R_{Th} = R_1 || R_2 = \frac{2}{3} = 0,66\Omega$$

Para o **passo 04** vamos utilizar o circuito da **Figura 5**. Para calcular o E_{Th} vamos calcular a queda de tensão no resistor R_2 que possui o mesmo potencial do R_L . Percebam que eles estão em paralelo no circuito da **Figura 4**. Em geral basta analisar os pontos a e b e ver qual o potencial está submetido.

$$E_{Th} = \frac{R_2 E}{R_2 + R_1} = \frac{25}{1 + 2} = 3,33V$$

Vamos calcular a corrente I_L no circuito equivalente mostrado na **Figura 7**.

Figura 07 - Circuito elétrico.



Fonte: Autoria própria.

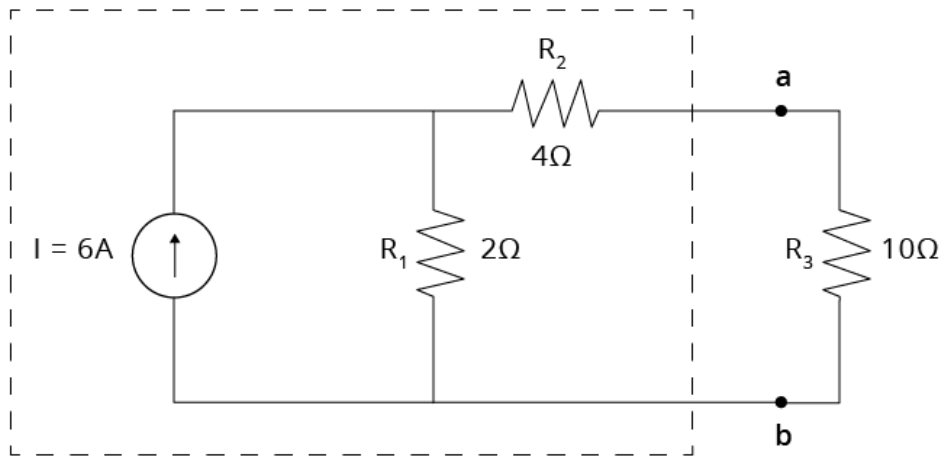
$$I_L = \frac{E_{Th}}{R_{Th} + R_L} = \frac{3,33}{0,66 + 2} = 1,25A$$

Percebam que se por acaso o valor de fosse alterado não seria necessário calcular novamente todo o circuito bastava apenas modificar o valor de no cálculo final.

Exemplo 02

Determine o circuito equivalente de Thévenin para a área pontilhada do circuito da **Figura 8**, e determine a corrente em R3

Figura 08 - Circuito elétrico.

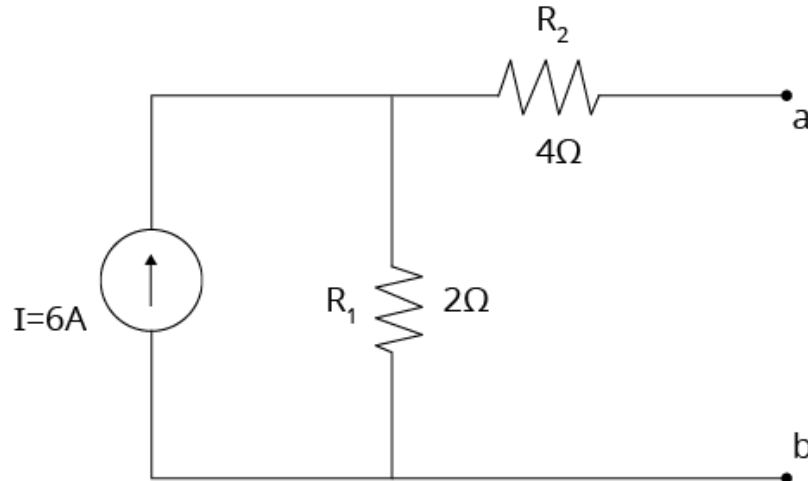


Fonte: Autoria própria.

Vamos realizar novamente passo a passo:

- **Passo 1 e 2:** obtemos o circuito da **Figura 9**

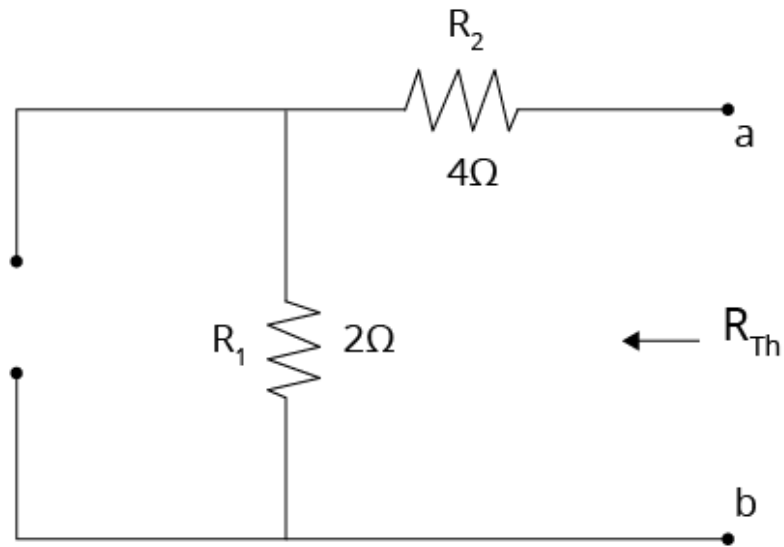
Figura 09 - Circuito elétrico.



Fonte: Autoria própria.

- **Passo 03:** Obtemos o circuito da **Figura 10** e calculamos o R_{Th}

Figura 10 - Circuito elétrico.



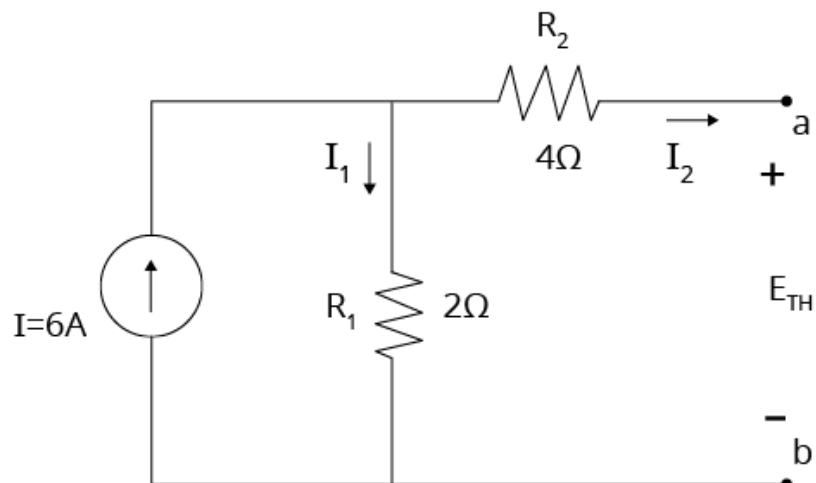
Fonte: Autoria própria.

Percebam que o circuito está em série, assim:

$$R_{Th} = R_1 + R_2 = 2 + 4 = 6\Omega$$

- **Passo 04:** obtemos o circuito da **Figura 11** e calculamos o E_{th}

Figura 11 - Circuito elétrico.



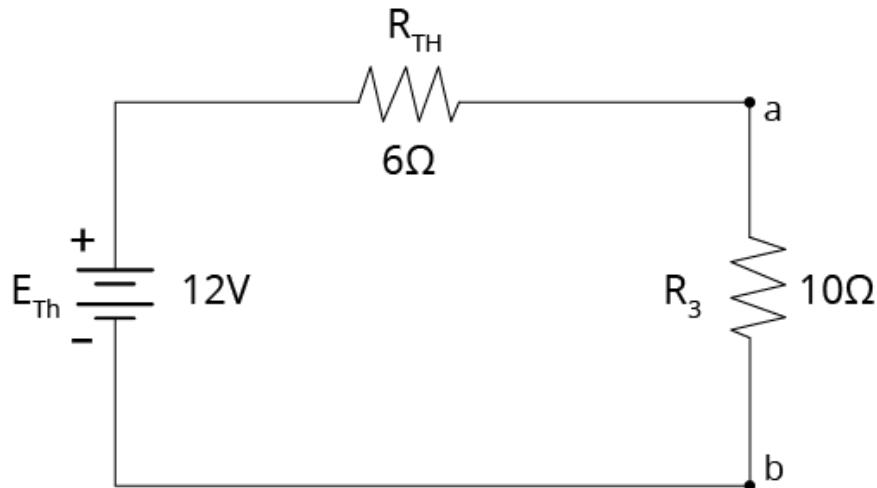
Fonte: Autoria própria.

Como podemos ver $I_2 = 0$, pois o R_2 não está submetido a nenhum potencial no circuito, e podemos ver que $I = I_1$ assim:

$$E_{Th} = V_1 = R_1 I_1 = 2 \times 6 = 12V$$

- **Passo 05:** Obter o circuito da **Figura 12**

Figura 12 - Circuito elétrico.



Fonte: Autoria própria.

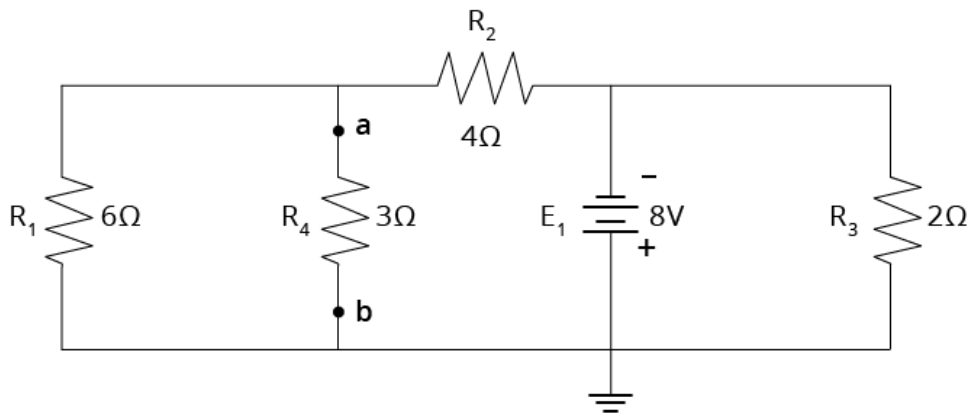
Com o circuito da figura podemos calcular a corrente em R_3

$$I_3 = \frac{E_{Th}}{R_{Th} + R_3} = \frac{12}{6 + 10} = 0,75A$$

Exemplo 03

Determine o circuito equivalente de Thévenin para o circuito da **Figura 13**, observe a parte sombreada da figura.

Figura 13 - Circuito elétrico.

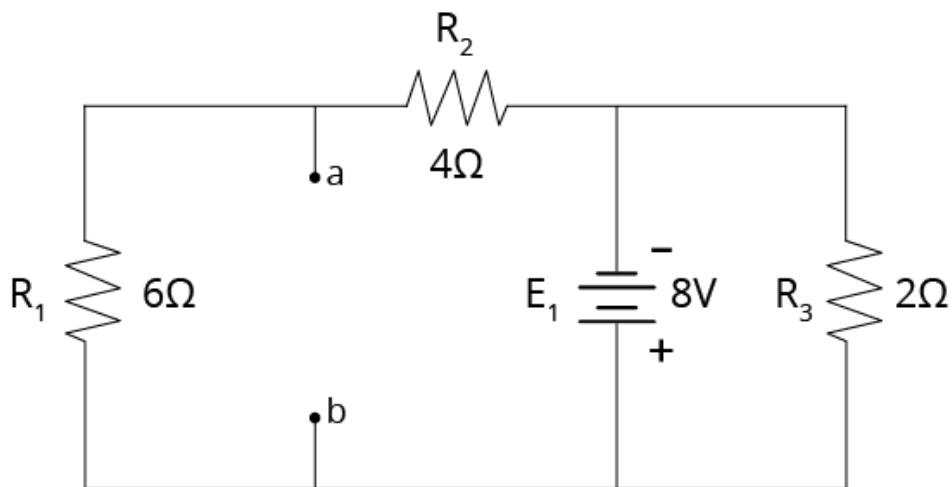


Fonte: Autoria própria.

Vamos mais uma vez resolver passo a passo:

Passos 01 e 02: Obtemos o circuito da **Figura 14**.

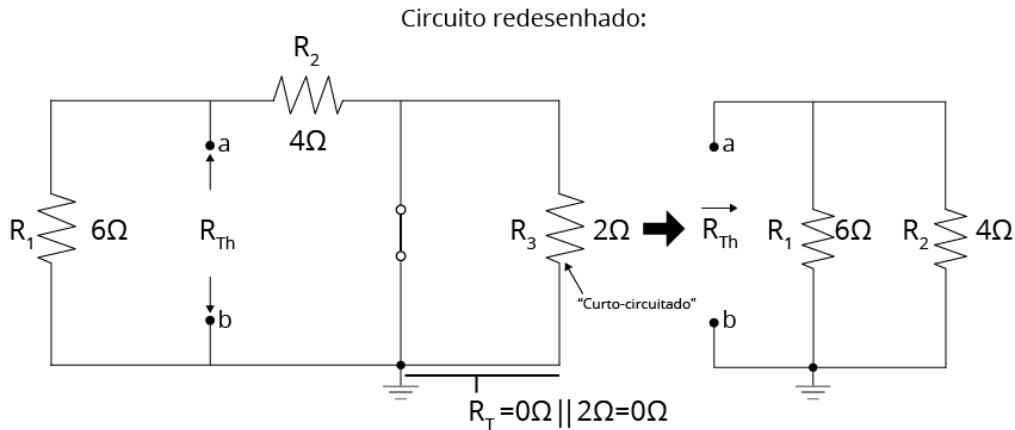
Figura 14 - Circuito elétrico.



Fonte: Autoria própria.

Passo 03: Para calcular a R_{Th} , vamos retirar a fonte de tensão.

Figura 15 - Circuito elétrico.



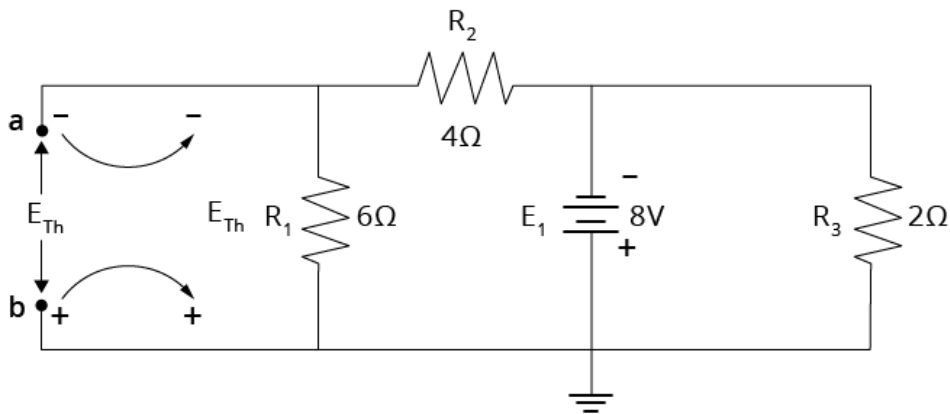
Fonte: Autoria própria.

Percebam que R_3 está em paralelo com um curto-circuito, assim temos que:

$$R_{Th} = R_1 || R_2 = 6 || 4 = 2,4\Omega$$

Passo 04: Para calcular E_{Th} podemos redesenhar o circuito da seguinte forma:

Figura 16 - Circuito elétrico.



Fonte: Autoria própria.

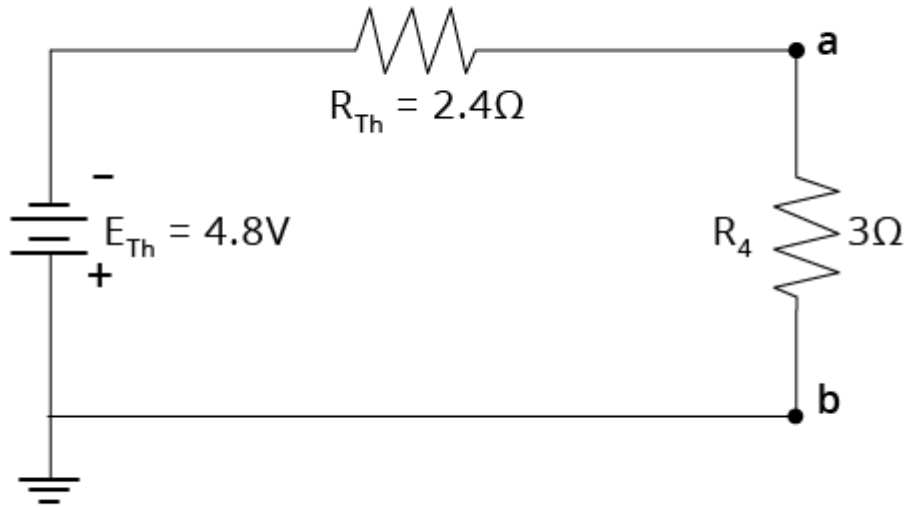
Assim temos que a tensão de Thévenin é a tensão em R_1 , portanto:

$$E_{Th} = \frac{R_1 E_1}{R_1 + R_2} = \frac{6 \times 8}{6 + 4} = 4,8V$$

Nesse exemplo foi importante notar que a identificação dos terminais e redesenhar o circuito, facilita bem o entendimento da atividade.

Passo 05: Circuito equivalente de Thévenin

Figura 17 - Circuito elétrico.

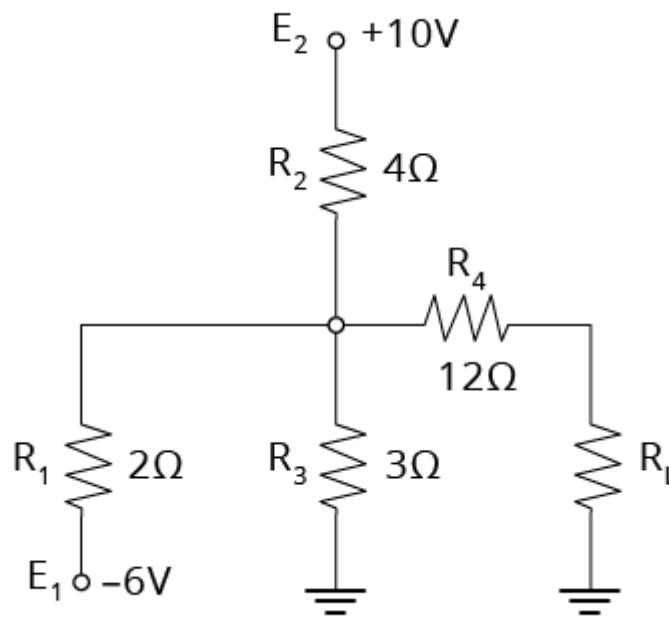


Fonte: Autoria própria.

Exemplo 04

Determine o circuito equivalente de Thévenin para a parte destacada da **Figura 18**.

Figura 18 - Circuito elétrico.

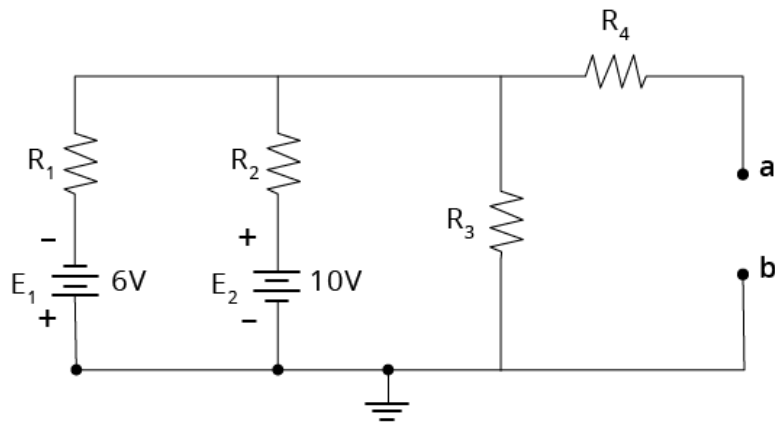


Fonte: Autoria própria.

Perceba que nesse exemplo possuímos duas fontes de tensão, para isso vamos analisar cada fonte separadamente para o cálculo da tensão de Thévenin.

Passos 01 e 02: redesenhando o circuito da **Figura 18**, obtemos o circuito da **Figura 19**.

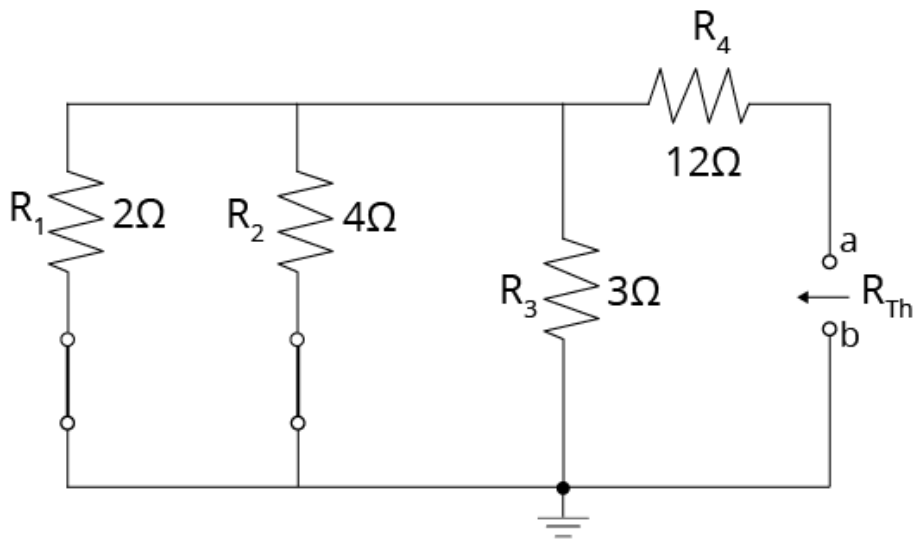
Figura 19 - Circuito elétrico.



Fonte: Autoria própria.

Passo 03: Colocando as fontes de tensão em curto circuito na **Figura 20** podemos calcular a resistência de Thévenin.

Figura 20 - Circuito elétrico.



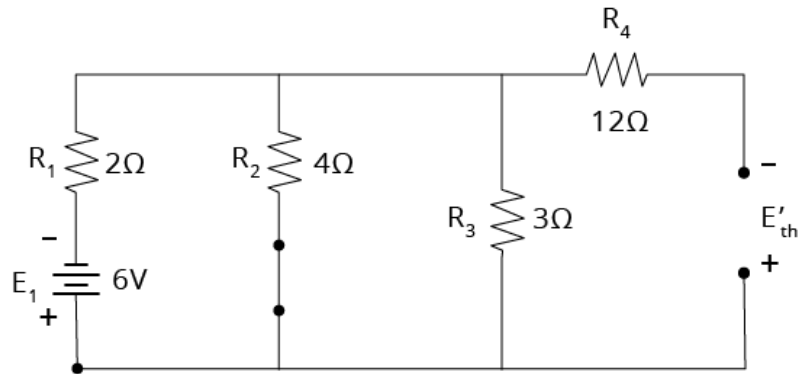
Fonte: Autoria própria.

$$R_{Th} = R_4 + R_1 || R_2 || R_3 = 12 + 2 || 4 || 3 = 12,92\Omega$$

Passo 04: Como temos no circuito duas fontes de tensão, usaremos o teorema da superposição (Aula 04) para calcular a tensão de Thévenin.

- O circuito da **Figura 21**, mostra o circuito com a influência de apenas uma fonte.

Figura 21 - Circuito elétrico.



Fonte: Autoria própria.

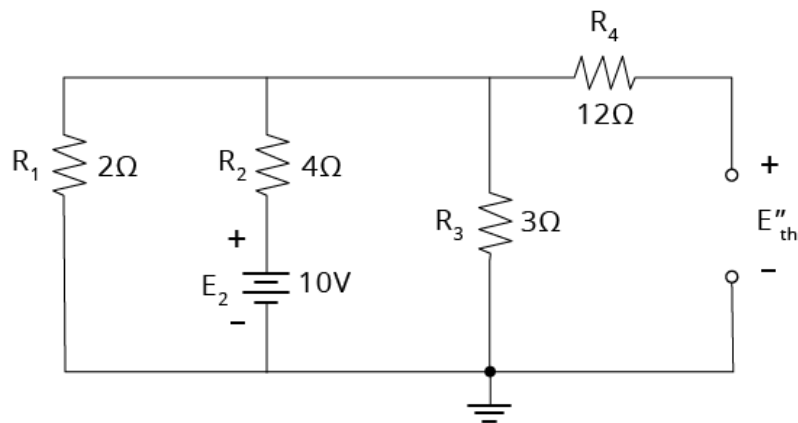
Temos que a tensão de Thévenin é a tensão em R_3 , perceba que a tensão em R_4 é zero pois o circuito está aberto e não temos corrente nesse ramo, de forma semelhante ao exemplo anterior.

$$R_T = R_2 || R_3 = 4 || 3 = 1,71\Omega$$

$$E'_{Th} = \frac{R_T E_1}{R_t + R_1} = \frac{1,71 \times 6}{1,71 + 2} = 2,77V$$

- O circuito da **Figura 22** representa a influência da fonte E_2 no circuito:

Figura 22 - Circuito elétrico.



Fonte: Autoria própria.

Temos que E''_{Th} é a tensão em R_3 , assim:

$$R_T = R_1 || R_3 = 2 || 3 = 1,2\Omega$$

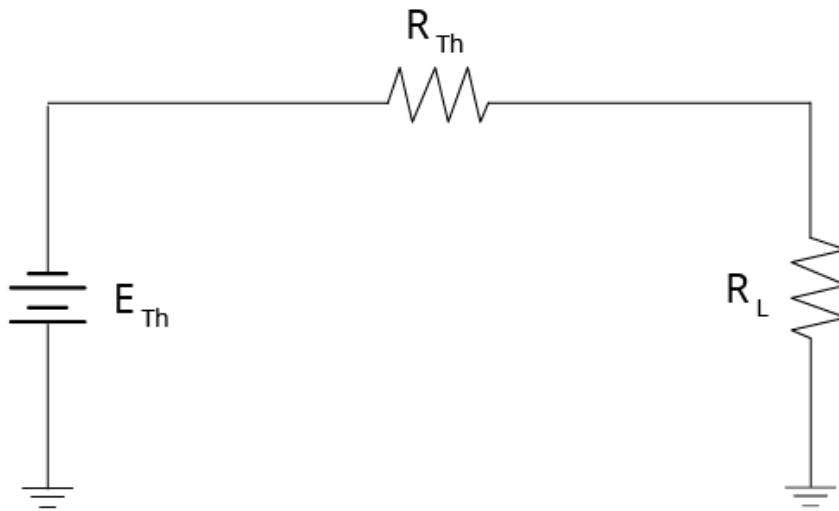
$$E''_{Th} = \frac{R_T E_1}{R_t + R_1} = \frac{1,2 \times 10}{1,2 + 4} = 2,30V$$

- Assim temos que a tensão de Thévenin é:

$$E_{Th} = E'_{Th} - E''_{Th} = 2,77 - 2,3 = 0,462V \text{ ou } 462mV$$

Passo 05: Circuito equivalente de Thévenin é apresentado na **Figura 23**.

Figura 23 - Circuito elétrico.



Fonte: Autoria própria.

Método Experimental

Podemos aplicar os princípios do teorema de Thévenin também para o método experimental, com o objetivo de obter os mesmos resultados dos sistemas mostrados e vantagens do método analítico. Vamos apresentar como podemos obter o resultado experimentalmente.

Para isso vamos fazer uso do Voltímetro e Ohmímetro, equipamentos que servem respectivamente para medir tensão e resistência elétrica. É comum encontrar esses dois medidores em um único equipamento que chamamos de Multímetro (**Figura 24**). O multímetro mede também outras grandezas como corrente, capacitância, frequência, temperatura e etc. Em aulas futuras vocês conhecerão mais sobre esse equipamento.

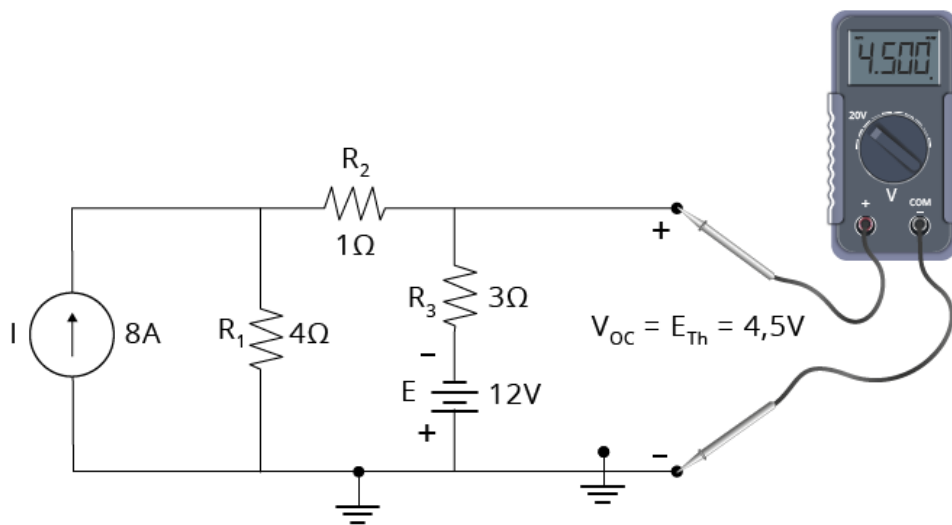
Figura 24 - Multímetro digital



Fonte: <http://www.politerm.com.br/Eshop.Admin/Imagens/politerm/multimetro-a6.jpg>

Para o apresentar o método experimental vamos usar como base o circuito da **Figura 25**.

Figura 25 - Método experimental medição de tensão de Thévenin.

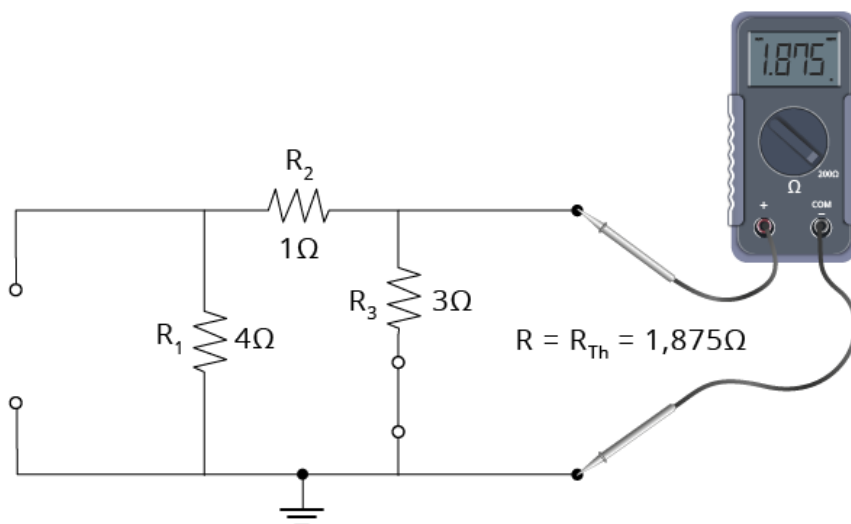


Fonte: Autoria própria.

- Para medir o V_{Th} vamos utilizar as pontas do multímetro, tendo bastante atenção com a polaridade das pontas (da mesma forma como arbitramos a polaridade as fontes). Perceba na figura que a tensão é 4,5 V.

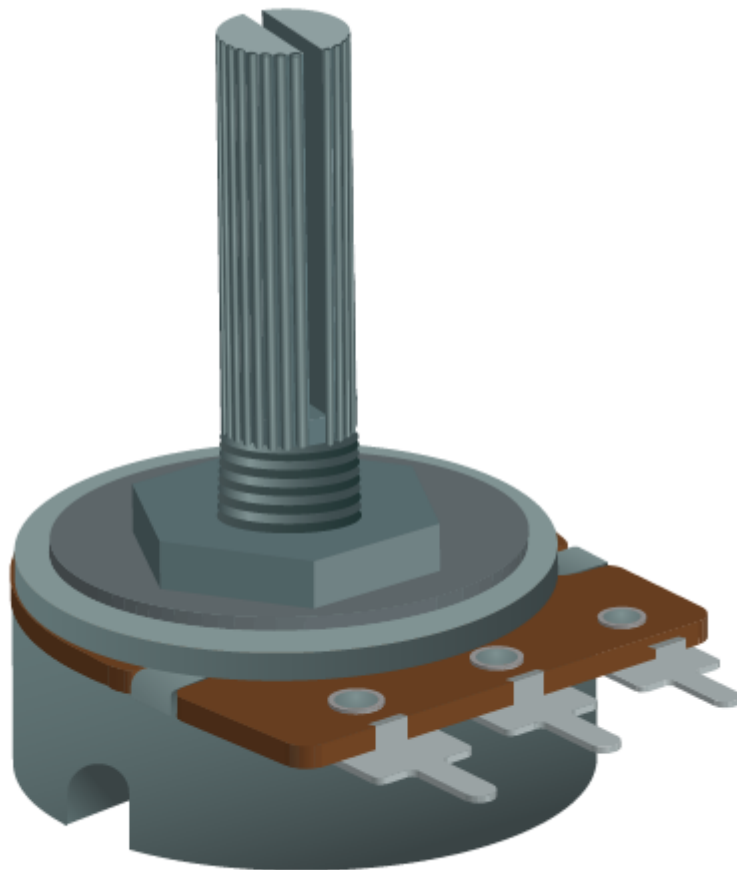
- Para medir o R_{Th} vamos tirar as fontes de tensão do circuito para verificar a resistência do circuito no terminal desejado, a **Figura 26** mostra essa medição. É importante lembrar que não podemos usar o ohmímetro em circuitos energizados.

Figura 26 - Método experimental medição da resistência de Thévenin.



Fonte: Autoria própria.

Figura 27 - Potenciômetro

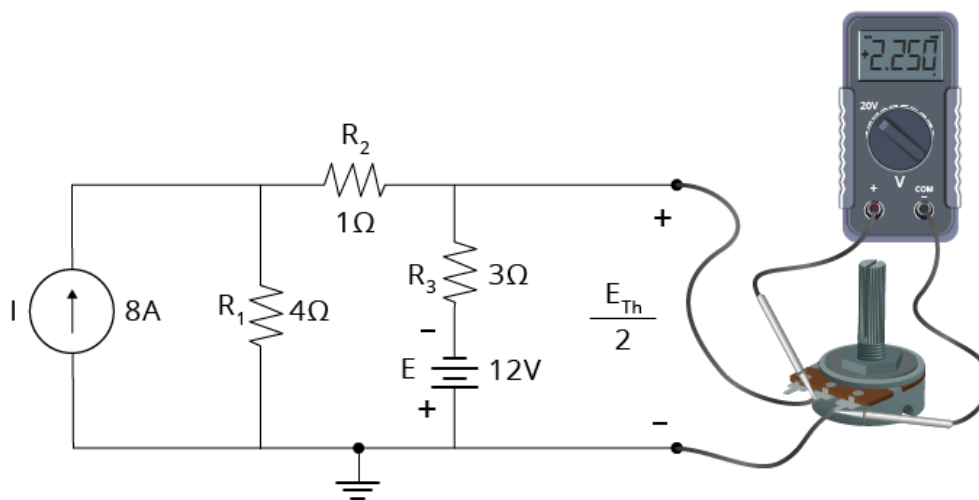


Fonte: Autoria própria.

Um método experimental bem usual para medição da resistência de Thévenin é com a utilização de um potenciômetro (**Figura 27**). A vantagem desse método é que não precisamos retirar as fontes do circuito, o que na prática é bem mais usual. Para obter a medição teremos os seguintes passos:

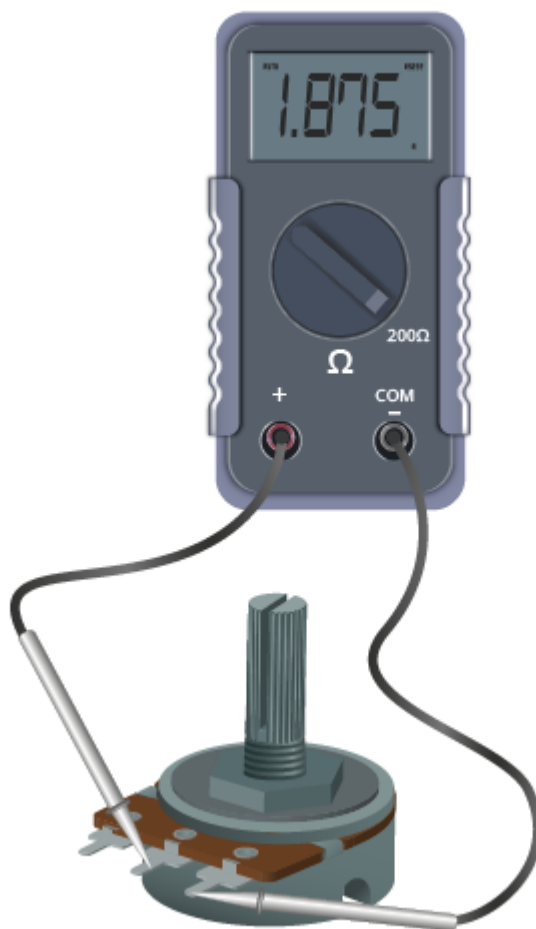
1. Conectar o potenciômetro aos terminais do circuito (**Figura 28**)
2. A resistência é ajustada de modo a obter a metade da tensão de Thévenin, para isso usaremos o voltímetro para obter esse ajuste. Na **Figura 28** podemos ver a tensão 2,25 V, que representa a metade da tensão de Thévenin para esse circuito.
3. E por fim retiramos o potenciômetro do circuito e medimos a sua resistência, como podemos ver na **Figura 29**.

Figura 28 - Usando o potenciômetro para medir a resistência de Thévenin



Fonte: Autoria própria.

Figura 29 - Resistência de Thévenin no potenciômetro.



Fonte: Autoria própria.

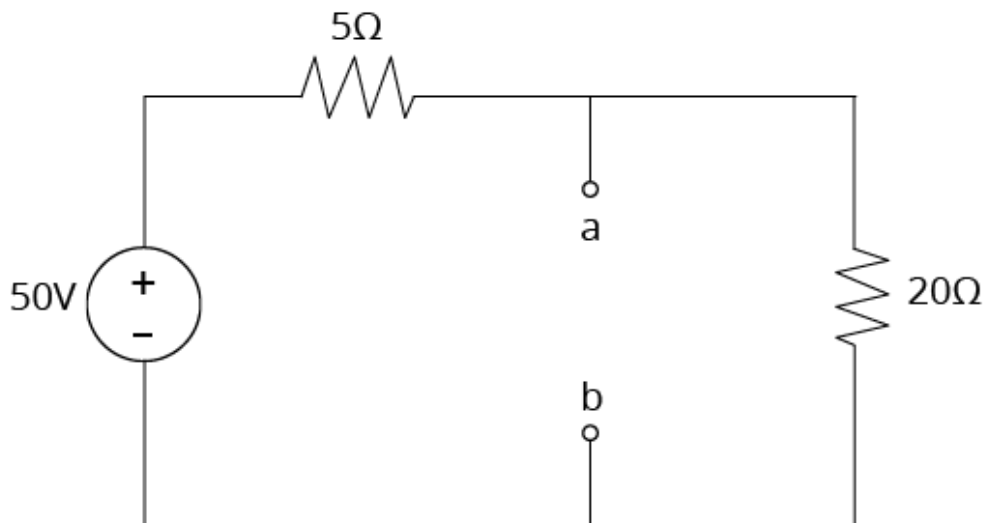
Resumo

Nesta aula apresentamos o teorema de Thévenin que possibilita que isolem os parte de um circuito enquanto seu restante é substituído por um equivalente. O circuito equivalente de Thévenin é formado por uma fonte de tensão em série com um resistor. Também foi apresentado como obter esses valores de forma experimental com o objetivo de dar mais agilidade para o uso em laboratórios.

Autoavaliação

Dado o circuito da figura abaixo responda:

Figura 30 - Circuito elétrico.



Fonte: Autoria própria.

1. Determine o circuito equivalente de Thévenin
2. Qual a corrente elétrica no terminal se o mesmo for substituído por um resistor de 10Ω.

3. Qual a corrente elétrica no terminal se o mesmo for substituído por um resistor de 2Ω .
4. Qual a corrente elétrica no terminal se o mesmo for substituído por um resistor de 50Ω .

Referências

BOYLESTAD, Robert L. **Introdução à Análise de Circuitos**: Prentice Hall/Pearson, 12ª. Ed, 2015

CHARLES K. Alexander, Matthew N.O. Sadiku, 5. ed., **Fundamentos de circuitos elétricos**: São Paulo-SP, McGraw-Hill, 2013.

NILSSON, James W, Susan A. Riedel **Circuitos Elétricos**: Prentice Hall/Pearson, 8ª. Ed, 2008